

MARCIN PAWLAK

PODSTAWOWE METODY SZACOWANIA ZMIENNOŚCI DO WYCENY OPCJI REALNYCH

Wprowadzenie

Stosowanie opcji realnych w praktyce napotyka wiele trudności. Poza problemami z identyfikacją opcji realnych, ograniczeniami stosowania metod wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych oraz trudnościami z ustaleniem instrumentu bazowego opcji realnej i podejścia do jej wyceny problemem może się okazać wyznaczenie wartości parametrów. Wartość każdego z czynników wpływających na wartość opcji powinna być jak najbliższa rzeczywistości, co nie jest łatwe, gdyż przyszła wartość parametrów, takich jak czas życia opcji i zmienność wartości projektu inwestycyjnego jest obciążona wieloma czynnikami ryzyka. Precyzyjność szacunków jest niezmiernie istotna, gdyż nawet niewielkie błędy mogą przełożyć się na sporą różnicę w wartości opcji. Wycena opcji realnych jest w swej istocie rozszerzeniem i przeniesieniem modelu stosowanego przy wycenie opcji finansowych w sferę rzeczywistych aktywów, co bardzo utrudnia szacowanie parametrów stosowanych w wycenie. Zmienność będąca odzwierciedleniem ryzyka, jest kluczowym parametrem warunkującym istnienie opcji realnych, a także ich wycenę. Zmienność jest miarą niepewności zmiany wartości aktywa bazowego w przyszłości, obejmuje zarówno negatywne, jak i pozytywne odchylenia względem wartości obecnej, co doskonale wpisuje się w koncepcję opcji realnych, które są zarówno orężem w walce o ponadprzeciętne wyniki finansowe, jak i tarczą w niekorzystnych sytuacjach. Celem artykułu jest przedstawienie sposobów szacowania zmienności do wyceny opcji realnych.

Parametry wyceny opcji realnych

Istnieje kilka parametrów, które wpływają na wartość opcji, najważniejsze z nich to poziom niepewności wyrażany wariancją bądź odchyleniem standardowym oraz czas, jaki pozostał do wygaśnięcia opcji. Występują także takie parametry, jak: cena rynkowa oraz wykonania opcji, dywidenda oraz stopa wolna od ryzyka. Każdy parametr zależny jest od jakiegoś czynnika, z którym związane jest ryzyko przenoszone poprzez model wyceny na wartość opcji. Parametry wyceny opcji realnych i ich źródła ryzyka zostały przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1

Parametry wyceny opcji realnych i ich źródła ryzyka

Parametry wyceny opcji finansowych	Parametry wyceny opcji realnych	Źródła ryzyka
Cena rynkowa instrumentu bazowego notowanego na rynku	Zaktualizowana wartość przyszłych przepływów pieniężnych z inwestycji – wartość brutto projektu (S)	Popyt na produkty i usługi, zmienność na rynku pracy oraz rynku materiałów
Cena wykonania określona w kategoriach wartości notowanego instrumentu bazowego	Zaktualizowana wartość nakładów inwestycyjnych (I) lub wartość likwidacyjna (VL)	Dostępność w czasie oraz wartość nakładów inwestycyjnych bądź wartości likwidacyjnej
Zmienność (ceny rynkowej instrumentu bazowego)	Zmienność zakładanych przepływów pieniężnych (wartości projektu) z inwestycji (σ^2)	Zmienność w popycie, na rynku pracy, rynku materiałów oraz wzajemne korelacje założeń modelu
Czas do wygaśnięcia opcji	Okres, w którym dostępne są możliwości inwestycyjne (T)	Cykl życia inwestycji, przewaga konkurencyjna
Dywidenda	Zmniejszenie przepływów pieniężnych przez działanie konkurencji lub koszt utrzymania opcji (y)	Cykl życia inwestycji, przewaga konkurencyjna
Stopa wolna od ryzyka	Stopa wolna od ryzyka (r_f)	Inflacja, rynkowe stopy procentowe

Źródło: opracowanie własne.

Przedstawiona w tabeli powszechnie znana analogia występująca pomiędzy parametrami służącymi do wyceny opcji finansowych i realnych nie powinna być stosowana wprost. Wartości parametrów wyceny opcji realnych są bowiem określone innymi czynnikami ryzyka niż te służące do wyceny opcji finansowych. Należy więc skupiać się na odpowiednim oszacowaniu tych czynników, biorąc pod uwagę, że dotyczą one realnej sfery życia, a nie rynku finansowego, co wymaga odpowiedniej adaptacji parametrów do czynników ryzyka. Cena instrumentu bazowego została wyrażona dla modelu wyceny opcji realnych jako wartość brutto projektu inwestycyjnego bez nakładów inwestycyjnych. Można ją szacować różnymi metodami, jednak najczęściej stosowana jest tu metoda zdyskontowanych przepływów pieniężnych. W podstawowych założeniach wyceny opcji realnych przyjęto, że tylko ten parametr jest obciążony niepewnością, a zmiany wartości można opisać geometrycznymi ruchami Browna. Założenia te można stosunkowo łatwo podważyć, gdyż wartość projektu brutto nie jest jedynym parametrem obciążonym ryzykiem (zob. tab. 1), a proces zmian wartości projektu może być opisany także innymi równaniami¹. W zależności od rodzaju opcji (*call* lub *put*) cenie wykonania opcji będzie odpowiadała albo wartość

¹ T. Wiśniewski: *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008, s. 248–249.

nakładów inwestycyjnych niezbędnych do realizacji inwestycji będącej aktywem bazowym opcji realnej, albo wartość likwidacyjna. Analogicznie do opcji występujących na rynku finansowym cena wykonania opcji powinna być traktowana jako wartość stała. Niestety wartość ta w przypadku inwestycji w sferze realnej jest obciążona ryzykiem w zależności od wartości nakładów inwestycyjnych (bądź wartości likwidacyjnej), które zależą często od specyficznych czynników, np. cen materiałów budowlanych. Niepewność jest określona przez wariancję lub odchylenie standardowe cen aktywa bazowego, którym w przypadku opcji realnych jest wartość brutto projektu inwestycyjnego. Na zmienność wartości projektu inwestycyjnego składa się przeważnie wiele czynników, takich jak szczegółowe pozycje kosztów, przychodów. Wobec mnogości czynników wpływających na zmienność całkowitą aktywa bazowego naturalnym wyborem ich szacowania wydają się metody symulacyjne. Projekt inwestycyjny jest w większości przypadków niepowtarzalny i nie jest przedmiotem masowego obrotu zmienność wartości brutto projektu, jest parametrem bardzo trudnym do oszacowania i wymaga często dodatkowych założeń lub uproszczeń. Czas do wygaśnięcia opcji realnej, czyli czas, na który można odsunąć realizację inwestycji. W opcjach realnych czas trwania opcji jest zwykle dłuższy niż w opcjach finansowych i zazwyczaj przekracza jeden rok. Czas życia opcji jest trudny do oszacowania, ale nie jest określony formalnie, wynika z planów działania lub przewidywań reakcji konkurentów. Stopa dyskontowa wolna od ryzyka musi być dobrana do czasu życia opcji. Opcje o dłuższym czasie życia wymagają ustalenia stopy dyskontowej wolnej od ryzyka, bazując na obligacjach rządowych o analogicznie odległym terminie wykupu. Parametrowi dywidendy odpowiada roczny koszt opóźnienia realizacji projektu, jako procent wartości projektu brutto. Parametr ten może również zawierać szacunkowy koszt utraty rynku w wyniku działań konkurencji.

Szacowanie parametrów wyceny opcji realnych

Kluczowym dla wartości opcji, a także niestety najtrudniejszym do oszacowania parametrem jest zmienność wartości projektu inwestycyjnego. Opcje finansowe w swej metodologii do szacunku odchylenia standardowego posługują się wartościami historycznymi bądź – na podstawie przekształceń modelu Blacka-Scholesa – zmiennością implikowaną². Częstym przypadkiem występującym w wycenie opcji realnych jest brak możliwości odniesienia się do tych metod. Zmienność wartości aktywa bazowego w przeciwieństwie do opcji finansowych nie jest notowana na rynku, do jej wyznaczenia stosowanych jest wiele technik opartych na zmiennych zastępczych (z ang. *proxy*). Aby określić zmienność wartości projektu, często należy określić zmienność parametrów, od których jest zależna wartość przepływów pieniężnych, np. poziom cen, kosztów itp. Istnieje sześć zasadniczych spo-

² B. Boden, A. Ahlen: *Real option Analysis – A Study of Implementation Impediments*, Bachelor's Thesis, School of Business, Economics and Law, Goteborg University 2007, s. 20.

sobów szacowania zmienności przy wycenie opcji realnych. Zaliczają się do nich metody oparte na³:

- historycznej aktywa bazowego,
- historycznej zmienności podobnego aktywa,
- historycznej zmienności cen akcji firmy,
- historycznej zmienności sektorowej,
- symulacji Monte Carlo
- wiedzy ekspertów.

Algorytmy wyznaczania zmienności dla potrzeb wyceny opcji realnych oparte na badaniu zmienności historycznej można zagregować do metody bazującej na aktywie, którego zmienność jest skorelowana ze zmianami wartości projektu. Metoda symulacji Monte Carlo w swojej procedurze obliczeniowej bierze pod uwagę wszystkie czynniki ryzyka, mogące mieć znaczenie dla wartości projektu. Bazuje ona na założeniu, iż najlepszym odwzorowaniem zmienności aktywa inwestycji, na którym zbudowana jest opcja, będzie sam projekt inwestycyjny. Na podstawie ich wartości i rozkładów za pomocą modelu iteracyjnego uzyskać można zmienność, którą następnie można wykorzystać przy obliczaniu wartości opcji. Metoda ekspercka opiera się na wiedzy kadry kierowniczej, która przyjmując pewne założenia i uproszczenia jest w stanie określić w przybliżeniu wartość zmienności.

Szacowanie zmienności wartości projektu może się odbywać za pomocą⁴:

- metody odpowiednika rynkowego i logarytmowania stóp zwrotu,
- metody symulacji i logarytmicznych stóp zwrotu na wartości bieżącej planowanych przepływów pieniężnych,
- metody eksperckiej.

Popularną metodą aproksymacji zmienności projektu inwestycyjnego jest użycie danych rynkowych dotyczących zmienności zwrotów z porównywalnej firmy lub sektora gospodarki, zwanych też aktywem bliźniaczym. Zakłada się, że zmienność projektu inwestycyjnego jest wysoko skorelowana ze zmiennością stóp zwrotu aktywa bliźniaczego. Firmy, surowce bądź inne instrumenty będące źródłem danych do wyliczeń powinny posiadać jak najwięcej analogii do projektu zawierającego opcję, a więc mieć zbliżony profil działania, być obecne na podobnych rynkach oraz powinny na nie oddziaływać podobne czynniki ryzyka. Do obliczania zmienności z danych historycznych stosuje się wzór na odchylenie standardowe logarytmu naturalnego stóp zwrotu z danego instrumentu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

³ H. Jin Han: *Estimating Project Volatility and Developing Decision Support System in Real Option Analysis*, A Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of Auburn University in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of Doctor of Philosophy, Auburn, Alabama 2007, s. 14–18.

⁴ T.A. Luehrman: *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, "Harvard Business Review" 1998, July–August, 51–67.

gdzie:

- σ – zakładane odchylenie standardowe wartości projektu inwestycyjnego oszacowanego na podstawie danych historycznych aktywa bliźniaczego,
- n – liczba obserwacji (logarytmów stóp zwrotu),
- x – zmienna określająca logarytm stóp zwrotu, czyli $x_t = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$,
- y_t – pojedyncza historyczna obserwacja wartości aktywa bliźniaczego.

Ten sposób wyznaczania zmienności projektu jest stosunkowo prosty, niemniej jego zgodność z rzeczywistością zmiennością pozostawia często wiele do życzenia. Z powodu unikalności projektów inwestycyjnych, rzadko bowiem można znaleźć takie aktywo bliźniacze, które spełniałoby niezbędne kryteria, a do tego wiernie odwzorowywało zmienność wartości inwestycji. Do grupy projektów inwestycyjnych, dla których można zastosować przedstawioną metodę aproksymacji zmienności, należą inwestycje o charakterze odtworzeniowym w przypadku opcji zaprzestania lub ograniczenia istniejącej od dłuższego czasu działalności oraz innych przypadków, w których można założyć, iż przyszłą zmienność można szacować wnioskując na podstawie danych historycznych⁵. Metoda ta opiera się na założeniu, że zmienność projektu inwestycyjnego może być uzyskana z danych rynkowych aktywa porównywalnego. Niestety nawet dane wydawałoby się doskonale skorelowanego aktywa bliźniaczego nie muszą być dobrym materiałem do szacowania zmienności projektu. Dzieje się tak, gdyż wartość aktywa porównywalnego jest odzwierciedleniem często burzliwych zachowań inwestorów. W swoich decyzjach kierują się informacjami, które płyną z wnętrza firmy i z rynku. Wyceniają przedsiębiorstwo jako zbiór projektów, nakładają się na to zakłócenia w postaci zjawisk synergii i dywersyfikacji projektów. Wpływ na wycenę przedsiębiorstwa bądź projektu ma jego struktura finansowania, a konkretnie wielkość kapitału obcego, który obciążony jest z reguły wyższym ryzykiem niż kapitał własny. Wzór przedstawia sposób na obliczenie zmienności akcji/aktywa pozbawionego ryzyka związanego z posiadaniem kapitału obcego⁶:

$$\sigma = \frac{\sigma_E}{1 + \frac{V_D}{V_E}}$$

gdzie:

- σ – odchylenie standardowe wartości projektu,
- σ_E – odchylenie standardowe wartości aktywa bliźniaczego,
- V_D, V_E – rynkowe wartości zadłużenia i kapitału własnego.

⁵ R. Ziarkowski: *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004, s. 168.

⁶ J. Mun: *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, 2002, s. 202.

W literaturze przedmiotu⁷ można spotkać się z propozycją aproksymacji zmienności projektu inwestycyjnego poprzez porównanie do danych sektorowych. Wartość odchylenia standardowego otrzymanego za pomocą tej metody, zgodnie z teorią portfelową, będzie niższa niż w przypadku pojedynczej firmy, co zmniejsza wartość opcji. Ma to związek zarówno z dywersyfikacją ryzyka między projektami wewnątrz przedsiębiorstw, jak i pomiędzy firmami z danego sektora. Aktywo bliźniacze może nie odwzorowywać w należyty sposób zmian wartości projektu inwestycyjnego z uwagi na: ryzyko specyficzne związane z realizacją danego unikalnego projektu, ryzyko bazowe, które wiąże się z brakiem standaryzacji aktywa bliźniaczego, a także wyciekami wartości związanymi ze zmniejszeniem wartości projektu w wyniku działań konkurencji⁸.

Gdy niemożliwe jest znalezienie danych historycznych, zmienność projektu inwestycyjnego można szacować na podstawie osądu ekspertów. Wydają oni na opinie jakościowe co do zmienności projektu lub na podstawie doświadczenia i dostępnych danych szacują wartości, które umożliwią obliczenie odchylenia standardowego. Metody jakościowe są pomocne w szacowaniu zmienności metodami ilościowymi. Procedura ta polega na tym, że jeśli wartość projektu inwestycyjnego jest opisana zakładanym, znanym rozkładem, to po ustaleniu typowego zakresu wartości projektu i dopasowaniu jego krańcowych wartości do tego rozkładu można obliczyć średnią i odchylenie standardowe rozkładu wartości projektu. Znając te parametry można ustalić wartość współczynnika zmienności, który powinien odpowiadać zmienności projektu. W procedurze tej ważne jest dopasowanie zakresu zmienności projektu do średniej wartości i rodzaju zakładanego rozkładu. Kadra kierownicza wspierając się metodami jakościowymi i znając na przykład minimalną i maksymalną wartość projektu przy danym rozkładzie jest w stanie określić na podstawie wartości oczekiwanej odchylenie standardowe. Metodologia, za pomocą której kadra kierownicza określa wielkość ryzyka towarzyszącego poszczególnym projektom, jest dopasowywana do konkretnego przypadku.

Jeśli nie można ustalić zmienności projektu inwestycyjnego, a znane są parametry statystyczne rozkładów zmiennych wejściowych, to można się posłużyć metodą symulacyjną. Polega ona na złożeniu kilku parametrów wejściowych, obciążonych ryzykiem, wpływających na zmienności w stopniu zależnym od ich udziału we wrażliwości wartości projektu. Metoda ta została opracowana przez T. Copelanda i V. Anticarova i nosi nazwę podejścia skonsolidowanego⁹. Dzięki przeprowadzeniu licznych iteracji symulacyjnych modelu, możliwe jest uzyskanie wielu wyników pozwalających na określenie rozkładu wartości projektu inwestycyjnego, jego parametrów, a wśród nich odchylenia standardowego zwrotów z projektu. Metoda ta powinna być stosowana, gdy na projekt inwestycyjny wpływ ma wiele czynników obarczonych różnymi rodzajami ryzyka. Wyliczona w ten sposób zmienność,

⁷ A. Damodaran: *The Dark Side of Valuation, Valuing Old Tech, New Tech and New Economy Companies*, Prentice Hall 2001, s. 379.

⁸ Szerzej T. Wiśniewski: *op.cit.*, s. 279.

⁹ T. Copeland, V. Antikarov: *Real options: a practitioners guide*, New York 2001, Texere, s. 244–251.

zgodnie z propozycją zgłoszoną przez T. Wiśniewskiego¹⁰, może posłużyć do obliczenia wartości projektu inwestycyjnego wraz z opcją. Podstawą estymacji zmienności poprzez symulację Monte Carlo jest możliwość oszacowania przyszłych przepływów pieniężnych. Użyte do tego celu zmienne wejściowe są określone znanym rozkładem w każdym podokresie w czasie trwania projektu i są losowane w kolejnych iteracjach zgodnie z rozkładami. Ważnym aspektem tej metody jest zachowanie wszelkich korelacji i autokorelacji występujących między zmiennymi. Odchylenie standardowe projektu, przy założeniu, że stopy zwrotu oblicza się wzorem na kapitalizację ciągłą, wyraża się wzorem:

$$PV_t = PV_0 e^{rt} \Rightarrow rt = \ln\left(\frac{PV_t}{PV_0}\right),$$

gdzie:

r – stopa zwrotu,

t – czas,

PV_0, PV_1 – wartość brutto projektu w okresach $t = 0$ i $t = 1$,

FCF_t – wolne przepływy pieniężne w okresie t .

Dla $t = 1$ wzór ma postać:

$$r = \ln\left(\frac{PV_1}{PV_0}\right),$$

podczas gdy: $PV_0 = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+WACC)^t}$ a $PV_1 = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+WACC)^{t-1}}$.

W obliczaniu wartości projektu na moment rozpoczęcia projektu oraz na koniec pierwszego roku brane są pod uwagę tylko operacyjne przepływy pieniężne bez przepływów inwestycyjnych w okresie zerowym. Zmienność projektu to ryzyko, z jakim oczekiwana wartość stopy zwrotu zmienia się z okresu na okres. Poprzez symulację Monte Carlo budowany jest rozkład stóp zwrotu lub wartości projektu, którego odchylenie standardowe może być wykorzystywane do obliczania wartości opcji.

Często dane źródłowe, na podstawie których szacowana jest zmienność, są podawane dla dni, miesięcy lub kwartałów. Wycena opcji realnych wymaga, aby zmienność była podawana dla rocznego okresu. Aby uzyskać wartość rocznej zmienności, można posłużyć się poniższym przekształceniem:

$$\sigma = \sigma_K \cdot \sqrt{T},$$

gdzie:

σ – roczne odchylenie wartości projektu,

σ_K – odchylenie wartości projektu w okresie bazowym,

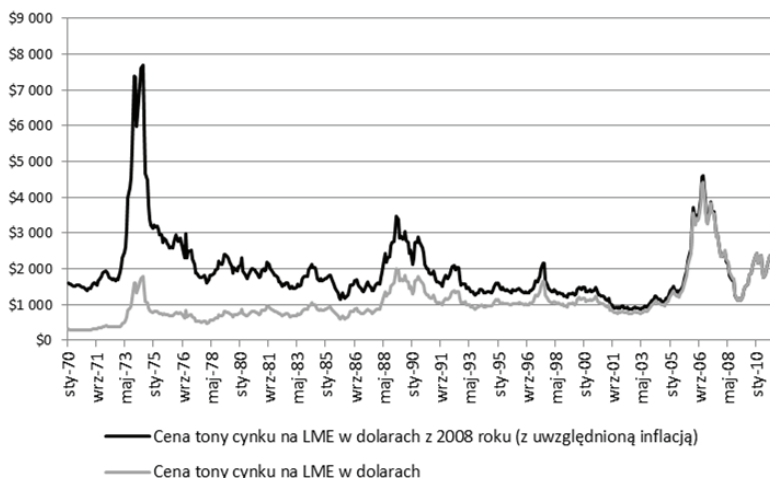
T – liczba okresów bazowych w ciągu roku.

¹⁰ T. Wiśniewski: *op.cit.*, s. 395–419.

Odchylenie chwilowe będzie odpowiadać odchyleniu uzyskanemu z danych wejściowych, a czas jest wyrażony liczbą okresów bazowych w ciągu roku¹¹.

Szacowanie zmienności do wyceny opcji realnych

Firma, której działalnością podstawową jest handel cynkiem ma możliwość wykorzystania opcji realnej. Przedsiębiorstwo kupuje cynk po cenie rynkowej i sprzedaje z określoną marżą odbiorcom. Źródłem ryzyka w tym konkretnym przypadku jest cena zakupu tego surowca, gdyż wartość zysku zależy bezpośrednio od tego czynnika. Logiczne jest więc to, że aktywem bliźniaczym w tym przypadku może być wartość tony cynku, która jest notowana na Londyńskiej Giełdzie Metali¹². Wahania wartości tego surowca powinny bardzo dobrze skorelowane ze zmiennością wartości firmy. Wykres przedstawia notowania cen cynku w latach 1970–2011.



Rys. 1. Historyczne ceny cynku na giełdzie w Londynie

Źródło: http://www.lme.com/historical_data.asp, opracowanie własne.

Na podstawie przedstawionych na wykresie danych można obliczyć odchylenie standardowe ze wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 7\%.$$

¹¹ T. Wiśniewski: *op.cit.*, s. 276.

¹² http://www.lme.com/historical_data.asp (10.03.2011 r.)

Następnie za pomocą przekształcenia wyliczyć zmienność roczną:

$$\sigma = \sigma_K \cdot \sqrt{T} = 7\% \cdot \sqrt{12} = 24,24\%.$$

Otrzymany wynik może stanowić podstawę do wyceny opcji. Wyliczona na podstawie danych historycznych zmienność jest dość niska, w związku z tym wartość opcji również będzie odpowiednio mniejsza.

Kadra kierownicza może także posłużyć się metodą ekspercką i na podstawie własnych obserwacji zaprognozować wartość odchylenia standardowego. Zakładając, że notowana wartość cynku jest doskonale skorelowana z ceną sprzedaży i jest opisana rozkładem normalnym oraz że maksymalna cena w następnym roku nie powinna przekroczyć 2550\$, a minimalna powinna wynosić około 1700\$, można wyznaczyć wartość oczekiwaną 2125\$. Odchylenie standardowe wynosi 331\$, więc wartość zmienności dla firmy handlującej cynkiem będzie wynosiła $\sigma = 331\$ / 2125\$ = 15,6\%$.

Na potrzeby symulacyjnej metody wyznaczania zmienności wartości projektu został zbudowany poniższy prosty model finansowy, przedstawiający działalność przedsiębiorstwa handlującego cynkiem. Wartość początkowa cynku została ustalona na poziomie 2371\$ (dane z LME na styczeń 2011 r.). Wartości w kolejnych latach wyznaczone są na podstawie rozkładu normalnego, o wartości oczekiwanej na poziomie stycznia 2011 roku i odchyleniu standardowym wyliczonym wcześniej na podstawie danych historycznych (24%). Wielkość sprzedaży została ustalona na poziomie 1000 ton rocznie. Koszty sprzedaży stanowią początkowo 10% rynkowej wartości cynku. W kolejnych latach są opisane rozkładem normal-

Tabela 2

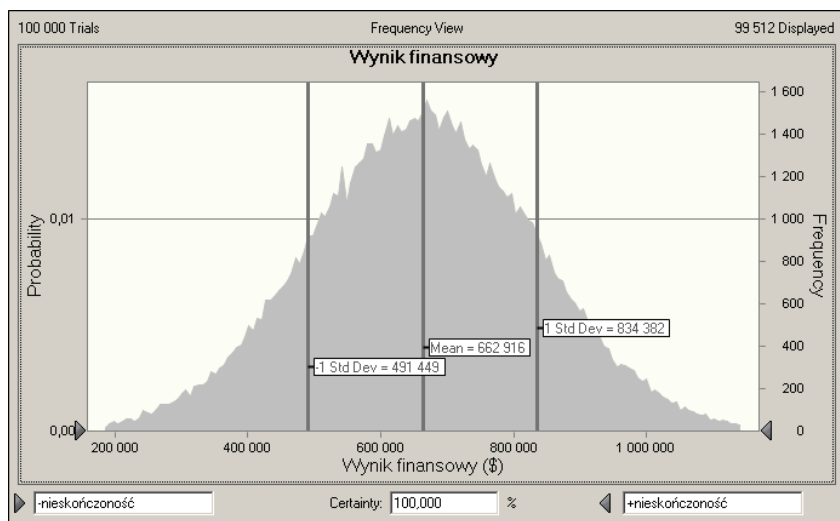
Model finansowy przedsiębiorstwa handlującego cynkiem

	Założenia	2011	2012	2013	2014
Wartość cynku na LME (\$)	2 371	1 943	2 636	1 616	2 217
Wielkość sprzedaży (t)	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
Koszt sprzedaży cynku (\$/t)	237	251	204	206	276
Wartość sprzedanego cynku (\$)		1 942 858	2 635 752	1 615 944	2 216 766
Koszty zmienne		2 193 822	2 839 915	1 822 163	2 492 468
Koszty stałe (\$)	1 500	1 530	1 561	1 592	1 624
Koszty całkowite (\$)		2 195 352	2 841 475	1 823 755	2 494 092
Cena z narzutem (\$)	2 845	2 331	3 163	1 939	2 660
Przychody ze sprzedaży (\$)		2 331 430	3 162 902	1 939 132	2 660 119
Zysk brutto (\$)		136 078	321 427	115 378	166 027
Zaktualizowany zysk netto (\$)		104 974	236 151	80 731	110 639
Wynik finansowy	532 494				

Źródło: opracowanie własne.

nym o średniej 237\$ i odchyleniu standardowym 15%, a do tego co roku rosną o 2%. Koszty stałe to 1500\$ i także z każdym kolejnym okresem wzrastają o 2%. Marża została ustalona na poziomie 20% od ceny rynkowej.

Na podstawie przedstawionych w tabeli danych, za pomocą nakładki Crystal Ball do programu MS Excel, została przeprowadzona symulacja wartości projektu. W niemal 100 000 iteracji otrzymano oczekiwaną wartość projektu na poziomie 662 916\$ i odchylenie standardowe 171 467\$. Wyniki symulacji Monte Carlo zostały przedstawione na rysunku 2.



Rys. 2. Rozkład wartości wyniku finansowego przedsiębiorstwa handlujecego cynkiem

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie otrzymanych symulacyjnie danych można określić zmienność wartości wyniku finansowego, na który wpływają dwie zmienne: wartość tony cynku na LME oraz koszt sprzedaży. Zmienność można obliczyć za pomocą ilorazu wartości odchylenia standardowego wartości wyniku finansowego i jego średniej $\sigma = 171467\$ / 662916\$ = 25,87\%$.

Podsumowanie

Wyznaczanie zmienności do wyceny opcji realnych jest dosyć skomplikowane. Założenia, na których opiera się szacowanie tego parametru mimo wiedzy i dobrych chęci często są niedokładne bądź w ogóle niepoprawne. Nie ma sposobów na sprawdzenie, czy na przykład zmienność wartości aktywa bliźniaczego jest odpowiednio skorelowana z przyszłą zmiennością projektu. Naturalną metodą aproksymacji zmienności jest symula-

cja Monte Carlo, opierająca się na składaniu czynników ryzyka, pochodzących z różnych źródeł, z uwzględnieniem korelacji i autokorelacji między zmiennymi.

Literatura

- Boden B., Ahlen A.: *Real option Analysis – A Study of Implementation Impediments*, Bachelor's Thesis, School of Business, Economics and Law, Göteborg University 2007.
- Copeland T., Antikarov V.: *Real options: a practitioners guide*, New York Texere 2001.
- Damodaran A.: *The Dark Side of Valuation, Valuing Old Tach, New Tech and New Economy Companies*, Prentice Hall 2001.
- Jin Han H.: *Estimating Project Volatility and Developing Decision Support System in Real Option Analysis*, A Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of Auburn University in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of Doctor of Philosophy, Auburn, Alabama 2007.
- Luehrman T.A.: *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, "Harvard Business Review" 1998, July–August.
- Mun J.: *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, 2002.
- Wiśniewski T.: *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008.
- Ziarkowski R.: *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004.

mgr Marcin Pawlak
Uniwersytet Szczeciński

Streszczenie

Celem artykułu jest przedstawienie podstawowych metod szacowania parametru zmienności, niezbędnego do wyceny opcji realnych. Zostały opisane i zilustrowane przykładami trzy metody: ekspercka, odpowiednika rynkowego i symulacyjna.

BASIC METHODS OF ESTIMATING VOLATILITY IN REAL OPTIONS VALUATION

Summary

This article presents the basic methods of estimating the volatility parameter necessary for the real options valuation. The article describes and illustrates with examples three methods: expert, market equivalent and simulation.

