

EWA DZIAWGO

ANALIZA WŁASNOŚCI OPCJI SUPERSHARE

Wprowadzenie

Proces globalizacji rynków finansowych stwarza nowe możliwości inwestycyjne, ale jednocześnie przyczynia się do wzrostu ryzyka rynkowego. Dlatego zdolność do kreowania i umiejętnego wdrażania nowych rozwiązań w zakresie zarządzania ryzykiem może decydować o konkurencyjności i pozycji rynkowej przedsiębiorstwa. Niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji powoduje, że opcje są szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem¹. W analizie kontraktów opcyjnych istotne znaczenie ma rozpatrywanie wartości greckich współczynników, które są miarami wrażliwości, odzwierciedlającymi wpływ czynnika ryzyka na cenę opcji. Opcje supershare należą do klasy opcji egzotycznych pojedynczych, których funkcja wypłaty zależy w sposób skokowy od ceny instrumentu bazowego.

W artykule przedstawiono własności opcji supershare: charakterystykę instrumentu, funkcję wypłaty, model wyceny oraz wpływ wybranych czynników na cenę i wartość współczynników delta, gamma vega i theta opcji supershare.

Opcja supershare – charakterystyka instrumentu

Nabywca opcji typu supershare otrzymuje dochód w wysokości $\frac{S_T}{K_1}$, jeśli w dniu wygaśnięcia opcji, cena instrumentu bazowego jest zawarta w określonym przedziale ($K_1; K_2$), tzn. $K_1 < S_T < K_2$, przy czym $K_1 < K_2$ ². Funkcja wypłaty binarnej opcji typu supershare jest postaci:

$$f_T = \frac{S_T}{K_1} \mathbb{1}_{(K_1 < S_T < K_2)} \quad (1)$$

¹ J.C. Hull: *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc. 2002, s. 193; K. Jajuga: *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 73; W. Tarczyński, M. Zwolankowski: *Inżynieria finansowa*, Agencja Wydawnicza Placet Warszawa 1999, s. 75; E. Dziawgo: *Modele kontraktów opcyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2003, s. 11.

² A. Weron, R. Weron: *Inżynieria finansowa*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998, s. 244.

gdzie:

- K_1, K_2 – stałe dodatnie, spełniające nierówność $K_1 < K_2$,
- S_T – cena instrumentu bazowego w chwili T ,
- T – czas wygaśnięcia opcji.

Jeśli cena instrumentu bazowego znajduje się w przedziale $(K_1; K_2)$, to opcja supershare jest typu *w-cenie*. Jeśli cena instrumentu bazowego jest mniejsza od K_1 lub większa od K_2 , to opcja typu supershare jest typu *nie-w-cenie*.

Cenę opcji supershare można wyznaczyć ze wzoru:

$$c = \frac{S_t}{K_1} e^{-q(T-t)} (N(d_1) - N(d_2)) \quad (2)$$

gdzie:

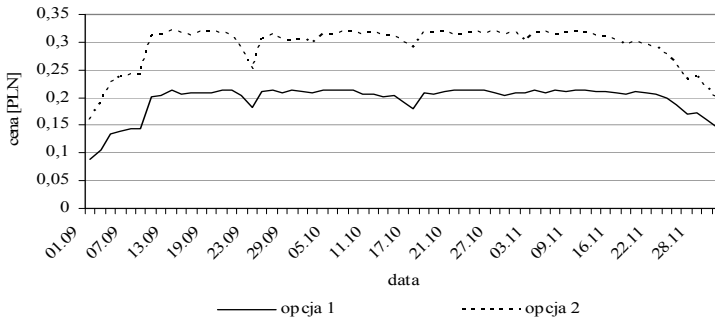
$N(d)$ – dystrybuanta rozkładu normalnego zmiennej d ,

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K_1} + (r - q + 0,5\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \quad d_2 = \frac{\ln \frac{S_t}{K_2} + (r - q + 0,5\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}},$$

- S_t – cena instrumentu bazowego w chwili t , $t \in [0; T]$,
- σ – zmienność ceny instrumentu bazowego, r – stopa procentowa wolna od ryzyka, q – stopa dywidendy z instrumentu bazowego, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

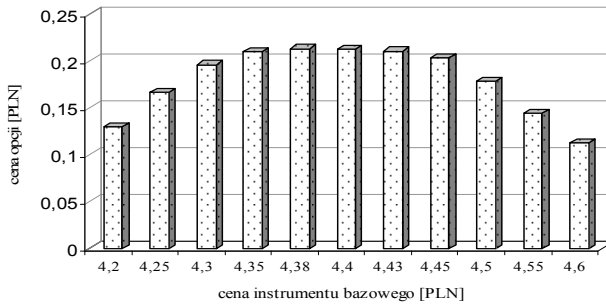
Przykład 1

Rozważania dotyczą wyceny opcji typu supershare. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla okresu 1.09.2011–30.11.2012 roku. Rysunek 1 przedstawia kształtowanie się ceny dwóch opcji supershare, które różnią się długością wyznaczonego przedziału $(K_1; K_2)$. W przypadku pierwszej opcji (ozn. opcja 1) stała K_1 wynosi 4,35 zł, natomiast stała K_2 równa jest 4,45 zł. Druga rozpatrywana opcja (ozn. opcja 2) charakteryzuje dłuższym przedziałem $(K_1; K_2)$, który jest postaci $(4,30; 4,45)$. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 4 miesiące. Analizowana pierwsza opcja supershare była *w-cenie* w okresie: 13.09.2011, 15.09.2011, 19.09.2011–21.09.2011, 26.09.2011–7.10.2011, 20.10.2011–26.10.2011, 2.11.2011–3.11.2011, 7.11.2011–22.11.2011 r. W pozostałym rozpatrywanym okresie opcja była *nie-w-cenie*. Druga rozważana opcja była *w-cenie* w okresie: 9.09.2011–21.09.2011, 26.09.2011–13.10.2011 oraz 18.10.2011–22.11.2011 r. W pozostałym analizowanym okresie opcja 2 była *nie-w-cenie*. Na rysunku 2 przedstawiono wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się ceny opcji supershare charakteryzującej się przedziałem $(4,35; 4,45)$ i terminem wygaśnięcia równym 4 miesiące.



Rysunek 1. Kształtowanie się ceny opcji supershare różniących się długością przedziału (przedział opcji 1 wynosi (4,35; 4,45); przedział opcji 2 równy jest (4,30; 4,45)).

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 2. Wpływ ceny instrumentu bazowego na cenę opcji supershare

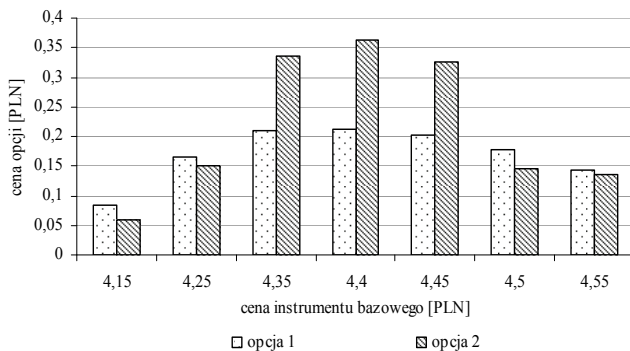
Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na powyższych wykresach wynikają następujące wnioski:

- opcja supershare charakteryzująca się dłuższym przedziałem jest droższa,
- zbliżanie się bieżącej ceny instrumentu bazowego do krańcowych punktów przedziału (K_1 ; K_2) przyczynia się do gwałtownych, znacznych wahań ceny opcji supershare (np. w dniu 23.09),
- jeśli opcja jest *nie-w-cenie*, to zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do końców przedziału wpływa na wzrost ceny opcji supershare,
- jeśli opcja jest *w-cenie*, to w miarę zbliżania się ceny instrumentu bazowego do wartości K_2 występuje niewielki spadek ceny opcji supershare.

Rysunek 3 jest ilustracją wpływu czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny opcji supershare. Rozpatrywane opcje charakteryzują się przedziałem równym (4,34; 4,45).

Termin wygaśnięcia pierwszej rozpatrywanej opcji (ozn. opcja 1) równy jest 3 miesiące. Natomiast termin wygaśnięcia drugiej opcji (ozn. opcja 2) wynosi 1 miesiąc.



Rysunek 3. Kształtowanie się ceny opcji supershare z terminem wygaśnięcia 3 miesiące (ozn. opcja 1) oraz opcji supershare z terminem wygaśnięcia 1 miesiąc (ozn. opcja 2)

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy wpływu terminu wygaśnięcia na cenę opcji supershare wynika, że:

- jeśli opcja jest *nie-w-cenie*, to zbliżanie się terminu wygaśnięcia wpływa na spadek ceny opcji supershare,
- jeśli cena instrumentu bazowego zawarta jest w przedziale $[K_1; K_2]$, to opcja z krótszym terminem wygaśnięcia jest droższa,
- w przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do krańców przedziału $[K_1; K_2]$ znacznie większe wahania ceny opcji występują w przypadku opcji charakteryzujących się krótszym terminem wygaśnięcia.

Analiza wrażliwości ceny opcji

Ilustracja empiryczna zawarta w danym rozdziale dotyczy analizy kształtowania się wartości współczynników delta, gamma, theta i vega rozpatrywanej w przykładzie 1 opcji supershare z terminem wygaśnięcia 4 miesiące oraz przedziałem $(4,35; 4,45)$. Rozważania wpływu bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości greckich współczynników przeprowadzone są dla opcji supershare, której termin wygaśnięcia wynosi 1 tydzień.

Współczynnik delta opcji supershare

Współczynnik delta wskazuje o ile zmieni się cena opcji, gdy cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę.

Dodatnia wartość współczynnika delta oznacza, że:

Rysunek 5 ilustruje wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji supershare.

Z analizy wpływu bieżącej ceny instrumentu bazowego na wartość współczynnika delta wynikają następujące wnioski:

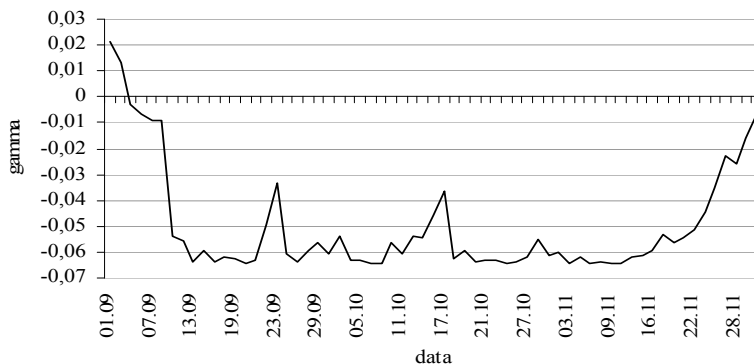
- jeśli cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu punktu K_1 (punkt K_1 jest początkiem wyznaczonego przedziału), to współczynnik delta jest dodatni,
- największa wartość dodatnia współczynnika delta występuje w sytuacji, kiedy cena instrumentu bazowego jest równa wartości K_1 ,
- wartość ujemna delty występuje w sytuacji, kiedy cena instrumentu bazowego oscyluje wokół punktu K_2 (koniec przedziału ($K_1; K_2$)),
- najmniejsza wartość delty występuje w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego równa jest wartości K_2 ,
- jeśli cena instrumentu bazowego jest znacznie mniejsza od wartości K_1 lub znacznie większa od wartości K_2 , to wartości współczynnika delta maleją do zera.

Współczynnik gamma opcji supershare

Współczynnik gamma określa względną zmianę współczynnika delta względem zmiany ceny instrumentu bazowego.

Przykład 3

Na rysunku 6 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji supershare.



Rysunek 6. Kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji supershare

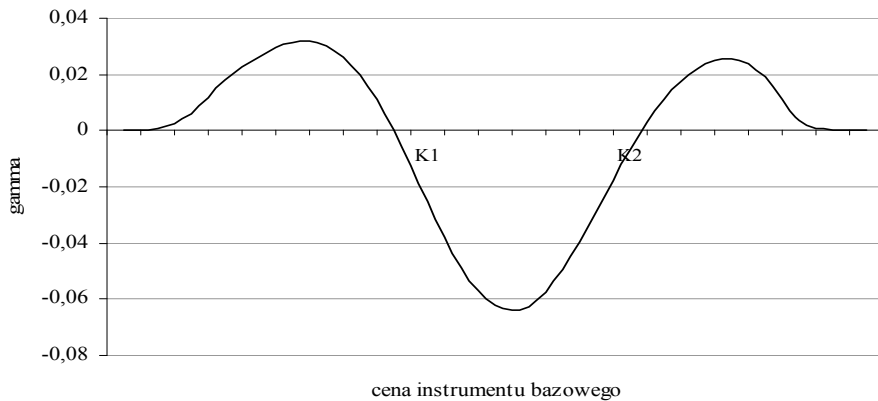
Źródło: opracowanie własne.

Wartości współczynnika gamma opcji supershare ulegają znacznym wahaniom. Ponadto, wartości współczynnika gamma mogą być zarówno dodatnie jak i ujemne. Dodatnia wartość współczynnika gamma oznacza, że:

- wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost wartości współczynnika delta,
- spadek ceny instrumentu bazowego powoduje spadek wartości współczynnika delta.

Jeśli współczynnik gamma jest ujemny, to:

- wzrost ceny instrumentu bazowego powoduje spadek wartości współczynnika delta,
- spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost wartości współczynnika delta.



Rysunek 7. Wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji supershare

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy wpływu bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji supershare (rys. 7) wynikają następujące wnioski:

- jeśli cena instrumentu bazowego znajduje się poza przedziałem $(K_1; K_2)$, to współczynnik gamma jest dodatni,
- jeśli opcja supershare jest *silnie-nie-wcennie*, to wartości współczynnika gamma maleją do zera,
- w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego znajduje się w przedziale $(K_1; K_2)$, to współczynnik gamma przyjmuje wartości ujemne.

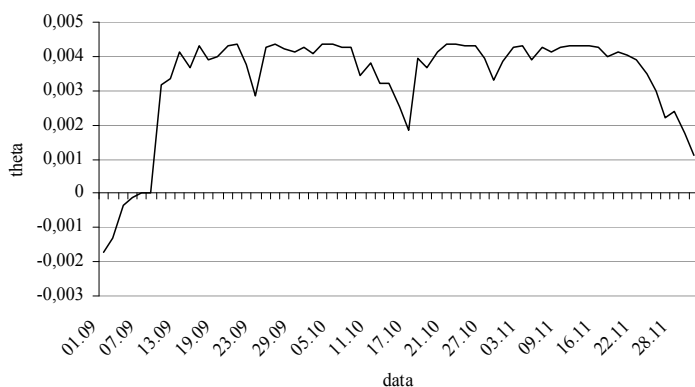
Współczynnik theta opcji supershare

Współczynnik theta określa zmianę wartości opcji, gdy długość okresu do terminu wygaśnięcia spadnie o jednostkę.

Przykład 4

Na rysunku 8 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika theta analizowanej opcji supershare.

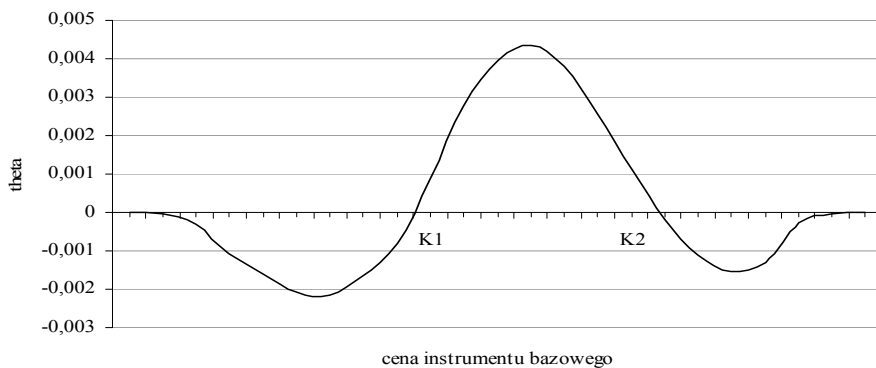
W przypadku opcji supershare współczynnik theta może przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne. Ujemna wartość współczynnika theta oznacza, że w miarę zbliżania się terminu wygaśnięcia, wartość opcji maleje. Jeśli współczynnik theta jest dodatni, to krótszy termin wygaśnięcia wpływa na wzrost ceny opcji.



Rysunek 8. Kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji supershare

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 9 zilustrowano wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji supershare.



Rysunek 9. Wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji supershare

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy wpływu bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika theta wynika, że:

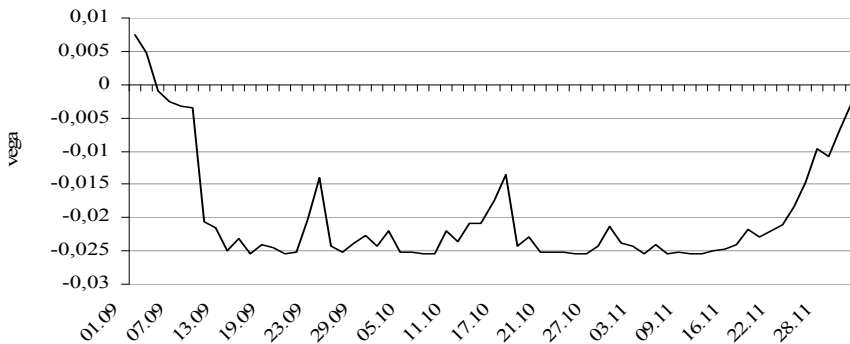
- jeśli cena instrumentu bazowego znajduje się poza przedziałem $(K_1; K_2)$, to współczynnik theta opcji supershare jest ujemny,
- jeśli opcja jest *silnie-nie-w-cenie*, to wartości współczynnika theta zmierzają do zera,
- w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego jest zawarta w przedziale $(K_1; K_2)$, to współczynnik theta jest dodatni,
- największa dodatnia wartość współczynnika theta występuje w sytuacji, kiedy cena instrumentu bazowego oscyluje wokół środka przedziału $(K_1; K_2)$.

Współczynnik vega opcji supershare

Współczynnik vega określa o ile zmieni się cena opcji gdy odchylenie standardowe zmieni się o jednostkę³.

Przykład 5

Na rysunku 10 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika vega analizowanej opcji supershare.



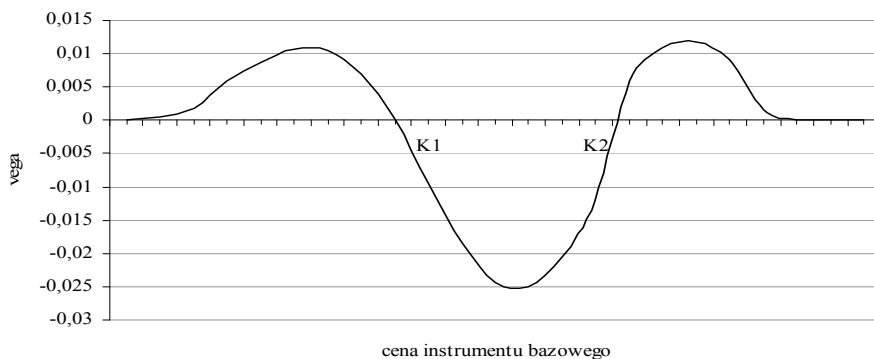
Rysunek 10. Kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji supershare

Źródło: opracowanie własne.

Dodatnia wartość współczynnika vega oznacza, że wzrost zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost ceny opcji. Jeśli współczynnik vega jest ujemny, to wzrost zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny opcji. Wartości współczynnika vega opcji supershare przyjmują wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne. Występują również znaczne wahania wartości współczynnika vega.

³ Zmienność ceny instrumentu bazowego mierzona jest odchyleniem standardowym.

Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji supershare przedstawiono na rysunku 11.



Rysunek 11. Wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji supershare

Źródło: opracowanie własne.

Współczynnik vega opcji supershare charakteryzuje się następującymi własnościami:

- jeśli opcja supershare jest *nie-w-cenie*, to współczynnik vega jest dodatni,
- jeśli opcja supershare jest *silnie-nie-w-cenie*, to wartości współczynnika vega zmierzają do zera,
- jeśli opcja supershare jest *w-cenie*, to współczynnik vega jest ujemny.

Podsumowanie

Istotnymi czynnikami wpływającymi na cenę opcji supershare są: długość wyznaczonego przedziału, czas wygaśnięcia opcji, zmienność ceny instrumentu bazowego i cena instrumentu bazowego. Opcje z dłuższym terminem wygaśnięcia są droższe. Zbliżanie się terminu wygaśnięcia wpływa na wzrost ceny opcji supershare typu *w-cenie*. Znaczące zmiany ceny opcji supershare występują w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu punktów końcowych przedziału (K_1 ; K_2). Analiza wartości współczynników delta, gamma, vega i theta umożliwia oszacowanie ryzyka związanego ze zmianą ceny instrumentu bazowego, współczynnika zmienności, czasu pozostałego do wygaśnięcia. Wartości greckich współczynników opcji supershare ulegają znacznym wahaniom, co świadczy o dużej wrażliwości ceny opcji. Opcje typu supershare są więc szczególnie atrakcyjnym instrumentem transakcji spekulacyjnych.

Literatura

- Dziawgo E.: *Modele kontraktów opcyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2003.
- Hull J.C.: *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc. 2002.
- Jajuga K.: *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Tarczyński W., Zwolankowski M.: *Inżynieria finansowa*, Agencja Wydawnicza Placet Warszawa 1999.
- Weron A., Weron R.: *Inżynieria finansowa*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.

dr Ewa Dziawgo
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Streszczenie

W artykule przedstawiono własności opcji supershare: charakterystykę instrumentu, funkcje wypłaty, model wyceny, wpływ wybranych czynników na kształtowanie się ceny opcji oraz wartości greckich współczynników. Ilustracja empiryczna zawarta w artykule przedstawiona jest na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN.

ANALYSIS OF THE PROPERTIES OF SUPERSHARE OPTIONS**Summary**

The article presents the issues connected with supershare options: characteristics of instruments, the payoff function, the pricing model, the influence of selected factors on the options price and on the value of the "Greeks". The empirical data included in the article is presented on the basis of the pricing simulations of the options on EUR/PLN.

