STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 31

Aleksandra Kik
Union Investment TFI SA

MODELOWANIE RYNKÓW KAPITAŁOWYCH Z WYKORZYSTANIEM GIER MNIEJSZOŚCIOWYCH

Streszczenie

Opierając się na modelu gier mniejszościowych, można poszukiwać wyjaśnienia wielu zjawisk występujących na rynkach finansowych. W artykule podano definicje uczestników gry (modelu) oraz opisano ich rolę i sposób, w jaki ich obecność wpływa na zachowanie rynku kapitałowego. Pomimo że gry mniejszościowe należy traktować jako uproszony model rynku, to jednak dość poprawnie oddają one statystyczne własności szeregów czasowych związanych z rynkami finansowymi i są one dobrą podstawą do poszukiwania odpowiedzi na wiele pytań i problemów występujących w rzeczywistości.

Słowa kluczowe: ekonofizyka, gry mniejszościowe, gra bar, producenci, spekulanci, rynki finansowe.

Wprowadzenie

Dążenie do zrozumienia i wyjaśnienia mechanizmów rządzących rynkami kapitałowymi sprawia, że w coraz większym stopniu badania wykraczają poza obszar ekonomii klasycznej, czerpiąc inspiracje z innych dziedzin nauki, które pozornie nie mają nic wspólnego z ekonomią. Współcześnie rozwój dziedzin, takich jak ekonofizyka, nabierają tempa, a odkrycia w tej dziedzinie zachęcają do prowadzenia dalszych badań.

Ekonofizyka jest dziedziną nauki, która bada problemy ekonomiczne za pomocą metod i praw fizyki. Jednym z ważniejszych obszarów badań ekonomicznych wykorzystujących fizykę statyczną są tak zwane gry mniejszościowe. Odgrywają one coraz większą rolę w modelowaniu rynków finansowych i badaniu dynamiki instrumentów finansowych. Opierają się one na założeniu, że rynek składa się z pojedynczych uczestników (np. graczy giełdowych, gospodarki regionów bądź krajów) przypomina w swoim zachowaniu układ oddziałujących na siebie cząsteczek. Opis zachowania się układu wielu ciał w fizyce przeniesiony do środowiska rynków, pozwala rozwiązać problemy, które nie znalazły przekonującego wyjaśnienia w teorii rynków, zwłaszcza finansowych.

Geneza teorii gier mniejszościowych znajduje się w pracy [1]. Pierwotnym wzorcem gier mniejszościowych jest gra bar, która polega na podjęciu decyzji, czy pójść do baru czy pozostać w domu. Bar ma ograniczoną liczbę miejsc, a zatem może się okazać, że zabraknie miejsca dla wszystkich chętnych. W takim wypadku lepszym rozwiązaniem byłoby pozostać w domu. Gracze nie komunikują się między sobą, nie mają wspólnej strategii, a swoją decyzję podejmują zupełnie samodzielnie. Mają natomiast informację, czy były wolne stoliki w danym dniu w przeszłości. Badania problemu doprowadziły do wielu interesujących propozycji. Do rozwiązania zaproponowano tak zwane podejście adaptacyjne, w którym każda osoba do podjęcia decyzji wykorzystuje informacje o liczbie dostępnych miejsc w barze w przeszłości. W badaniach wykorzystano między innymi poniższe założenia [4]:

a) liczba osób w barze w danym dniu będzie taka sama jak dzień wcześniej;
b) jeżeli w danym dniu liczba chętnych na wejście do baru była większa niż liczba stolików, to w kolejnym dniu pozostaną wolne miejsca w barze;
c) do baru przyjdzie tylu chętnych w danym dniu, ilu tego samego dnia tydzień temu.

Analizując grę, badacze starali się znaleźć odpowiedź na kilka zasadniczych pytań. Po pierwsze, czy gracze są w stanie skoordynować swoje działania? Zakładając, że każda osoba będzie przychodziła do baru zupełnie losowo, czy średnia liczba chętnych na wyjście do baru będzie odpowiadała liczbie dostępnych stolików w barze. Druga wątpliwość dotyczyła poziomu zmienności liczby osób w barze – czy bardzo będzie się odchylała od wartości średniej?

Z przeprowadzonych badań wynika, że uczestnicy gry są w stanie koordynować swoje zachowania, co oznacza że liczba osób w barze nie odchylała się znacznie od poziomu równowagi. Udowodniono również, że zmienność jest zdecydowanie mniejsza niż miałoby to miejsce w przypadku losowym.

Gry mniejszościowe stały się jedną z form modelowania rynków finansowych, umożliwiającego szczegółową analizę zachowania uczestników rynku, którzy próbują pokonać innych konkurentów, wykorzystując wszelkie dostępne publicznie informacje. W grze mniejszościowej grupa graczy podejmuje decyzję, czy w danym momencie kupić jednostkę danego dobra, czy ją sprzedać. Podobnie jak w przykładzie z barem, decyzja podejmowana jest na podstawie powszechnie dostępnej historii zawierającej informację, kiedy opłacało się sprzedawać, a kiedy kupować. Dodatnią wypłatę otrzymują na ogół ci gracze, którzy znajdowali się w mniejszości.

W dalszej części artykułu przedstawiono podstawowe informacje o grach mniejszościowych i zdefiniowano trzy rodzaje graczy. W kolejnym podpunkcie opisano wpływ poszczególnych rodzajów graczy na wynik gry. Artykuł zakończono przykładem przedstawiającym analogie gry mniejszościowej na polskim rynku i uwagami podsumowującymi.

1. Podstawowe informacje o grach mniejszościowych

Modele rynków finansowych oparte na grach mniejszościowych powstały na podstawie następujących założeń [3]:

1. Jeżeli uczestnicy nie widzą możliwości wygranej, nie muszą podejmować decyzji kupna/sprzedaży aktywów w danym momencie.
2. Dywersyfikacja strategii (wykorzystanie kilku różnych strategii, zwłaszcza nieskorelowanych ze sobą), przynosi korzyści uczestnikowi gry.
3. Wyróżniono trzy rodzaje uczestników rynku: producentów (ang. *producers*), spekulantów (ang. *speculators*) oraz uczestników losowo podejmujących (ang. *noise traders*).

Producenci, to tacy uczestnicy rynku, którzy działają w sposób deterministyczny, a także sami generują informację dostarczaną na rynek. Ich oczekiwania dotyczące potencjalnych zysków wynikają z fundamentalnych perspektyw co do wzrostu spółek. Spekulanci z kolei są uczestnikami rynku, którzy zarabiają wyłącznie na spekulacji. Wykorzystują informacje dostarczone na rynek przez producentów i stosują wiele różnych strategii. Pomimo że korzyści każdej z powyższych grup nie są jednakowe i zależą od zupełnie innych czynników, to jednak zarówno producenci, jak i spekulanci potrzebują siebie nawzajem. Gracze podejmujący decyzje w sposób losowy, nie stosują żadnej ściśle określonej strategii. Cechuje ich chaotyczność i przypadkowość podejmowanych decyzji. Z punktu widzenia rynku generują oni wyższą zmienność rynku, ale również umożliwiają osiągnięcie lepszego wyniku przez rynek jako całość.

4. Przyjmuje się że na starcie każdy gracz ma jednakową pozycję (zasoby finansowe, wiedzę *etc*). W grze biorą udział lepsi i gorsi uczestnicy, co znajduje odzwierciedlenie między innymi w ich zarobkach.

5. Czasami opłaca się manipulować ilością informacji dostarczanej na rynek. W niektórych przypadkach opłaca się zwiększenie „pamięci" gracza. W fazie „tłoku informacyjnego" zbyt duża ilość informacji może być niekorzystna i należy ją ograniczać.

6. Część uczestników gry ma dostęp do informacji poufnych i wykorzystują to w swojej grze. Możliwy jest pomiar korzyści płynących z wykorzystania informacji poufnych. Konstruując model rynku finansowego bazującego na grach mniejszościowych przyjmuje się następujące założenia [4]:

a) w grze uczestniczy N graczy;
b) działania podejmowane są w czasie dyskretnym t ($t = 1, 2, 3 \ldots$). Zachowania (interakcje) uczestników rynku mogą być powtarzane nieskończoną liczbę razy;
c) decyzje $a_i(t)$ gracza i ($i = 1, \ldots, N$) przyjmują jedną z dwóch wartości $\{-1, +1\}$; decyzje podejmowane są na zasadzie gry mniejszościowej, co oznacza, że gracze, których decyzja jest w mniejszości wygrywają, a pozostali tracą;
d) grupa graczy nie jest jednorodna; każdy z nich stosuje skończoną liczbę strategii, niezależnie od pozostałych uczestników rynku;
e) gra ma charakter ewolucyjny, co oznacza, że gracze uczą się i na podstawie swoich doświadczeń wybierają strategię najlepszą z możliwych.

Niech $a_i(t) = +1$ oznacza kupno, a $a_i(t) = -1$ – sprzedaż. Wypłatę dla pojedynczego gracza i w chwili t można opisać za pomocą wzoru:

$$g_i(t) = -a_i(t)A(t) \tag{1}$$

gdzie:

$$A(t) = \sum_{j=1}^{N} a_j(t),$$

$A_i(t)$ – wypłata i-tego uczestnika do chwili t.

Równanie (1) jest punktem wyjścia do dalszego opisu struktury wzajemnych interakcji na rynku, w którym wypłata każdego uczestnika uzależniona jest od decyzji pozostałych [3]. Nagradzani są gracze, którzy znaleźli się w mniejszości, a zatem: $a_i(t) = -signA(t)$. Ich zysk wynosi: $A(t)$. Stratę w wysokości $-A(t)$ ponoszą gracze, którzy są w większości. Zawsze jest tak, że więcej graczy traci niż zyskuje. Przed podjęciem decyzji nie ma jednak możliwości zdobycia informacji, jak zachowa się większość. Wszyscy gracze mają natomiast dostęp do publicznej informacji, która będzie oznaczana przez liczbę całkowitą μ. W momencie t informacja ma wartości $\mu(t) \in \{1,...,\mathrm{P}\}$. Zachowanie całego rynku zależy od decyzji podejmowanych przez uczestników. Ponieważ jednak każdy gracz podejmuje decyzje indywidualnie, opierając się na własnej interpretacji informacji $\mu(t)$, można wysnuć wniosek, że informacja $\mu(t)$ nie ma zbyt dużego wpływu na cały rynek. W związku z tym wypłatę i-tego uczestnika można oznaczyć jako $A^{\mu(t)}(t)$.

Przyjmując, że P określa liczbę informacji, można stwierdzić, że istnieje 2^P strategii, spośród których uczestnik dokonuje wyboru, a następnie wybraną strategię wykorzystuje w praktyce. Zachowanie i-tego uczestnika gry, który wykorzystuje j-ą strategię, na podstawie informacji μ, oznacza się jako $a^{\mu}{}_{s,j}$. Jeśli zatem podjęty przez uczestnika i w momencie t wybór określany jest jako $s_i(t)$, jego zachowanie można opisać przez $a_i(t) \to a_{Si(t),i}^{\mu(t)}$, natomiast jego zysk zdefiniować następująco:

$$g_i(t) = -a_{Si(t),i}^{\mu(t)} A^{\mu(t)}(t) \tag{2}$$

Gdzie $A^{\mu(t)}(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{Sj(t),j}^{\mu(t)}$.

Autorzy pracy [3] do badań rynków finansowych za pomocą gier mniejszościowych wprowadzili indeks tak zwane ufności $U_{s,i}$, który wyraża antycypowany przez i-tego gracza sukces s-tej strategii. Nie powinno się tej wartości traktować jako rzeczywistej wypłaty. Uproszczenie to bierze się stąd, że przy obliczaniu wysokości wypłaty gracz nie bierze pod uwagę wpływu jego zachowania na rynek. Wartość indeksu $U_{s,i}$ aktualizowana jest każdorazowo po upływie czasu t w następujący sposób:

$$U_{S,i}(t+1) = U_{s,i}(t) - A^{\mu(t)}(t) a_{i,s}^{\mu(t)} \tag{3}$$

Wartość $U_{s,i}(t)$ definiuje skumulowaną wypłatę, którą gracz i mógłby otrzymać do czasu t, gdyby zawsze stosował strategię s (podczas gdy pozostali gracze stosowali strategię $s_j(t')$ w czasie $t' < t$).

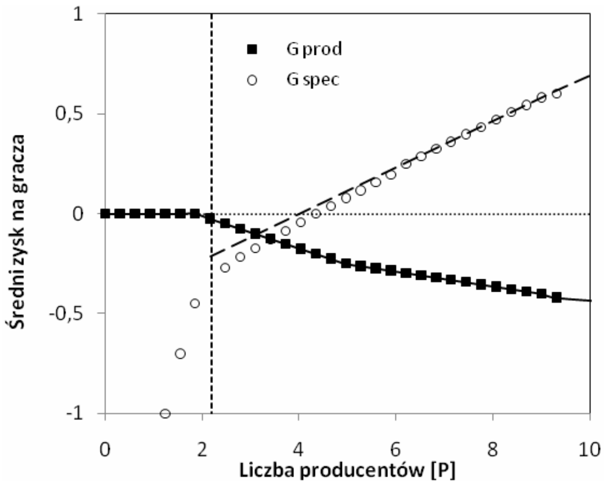
2. Wpływ poszczególnych rodzajów graczy na wynik gry na giełdzie

Graczy na rynku można podzielić na trzy rodzaje: spekulantów, producentów i uczestników losowo podejmujących decyzje. Producenci wykorzystują grę na rynku do osiągnięcia celów innych niż gra na rynku sama w sobie. Może to być inwestowanie w dobrze rokujące spółki, *hedging etc*. Inwestują raczej długoterminowo i nie opierają swoich decyzji na timingu, czyli próbie znalezienia najlepszego z punku widzenia oczekiwanych zysków momentu podjęcia decyzji inwestycyjnej. Ponadto są oni głównym źródłem informacji dostarczanych na rynek.

Dla spekulantów gra na giełdzie jest jedynym źródłem zysku. Opierając się na informacjach dostarczanych im przez producentów, spekulanci starają się wykorzystać istniejące nieefektywności bądź szukają okazji. Opracowują wiele indywidualnych strategii, na których podstawie podejmują decyzję. Ponieważ nie są zainteresowani grą na giełdzie w celach innych niż spekulacja, pozostawiają ten obszar producentom.

Można stwierdzić, że zachodzą silne zależności między tymi dwoma grupami uczestników rynku. Na rysunku 1 przedstawiono zależność zysków producentów i spekulantów od liczby producentów. Gdy liczba producentów jest niewielka, spekulanci wykorzystują całą dostępną informację. Zyski producentów wynoszą 0, a spekulanci ponoszą stratę. Wraz ze wzrostem liczby producentów zmniejsza się strata spekulantów. Gdy liczba producentów osiągnie pewną krytyczną wartość, przy której spekulanci nie są w stanie wykorzystać większej ilości informacji producenci zaczynają ponosić stratę. W miarę zwiększania się liczby producentów powiększa się ich strata, a rosną zyski spekulantów.

Rysunek 1. Zyski producentów i spekulantów w stosunku do liczby producentów (w jednostkach P), liczba spekulantów jest stała $N = 641$($c = 0$, $M = 8$, $S = 2$, $\alpha = 0,4$, średnio ponad 200 realizacji)

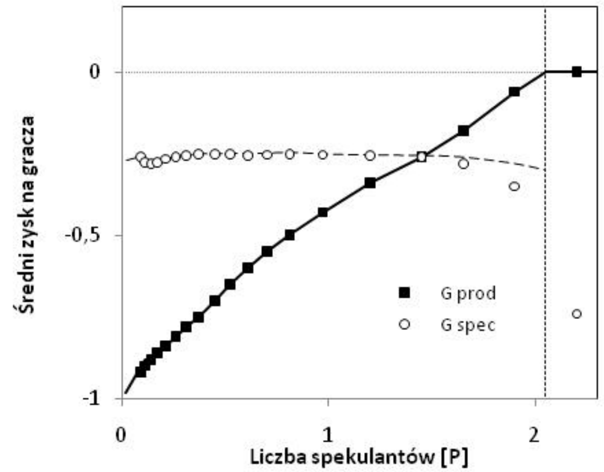


Źródło: na podstawie [3].

Na rysunku 2 przedstawiono zależność średnich zysków producentów i spekulantów od liczby spekulantów. Wynika z niego, że zyski producentów rosną wraz ze wzrostem liczby spekulantów. Zyski producentów przy niewielkiej liczbie spekulantów pozostają na stałym poziomie. Gdy liczba spekulantów przekroczy pewną krytyczną wartość, zyski producentów zaczynają się gwałtownie obniżać.

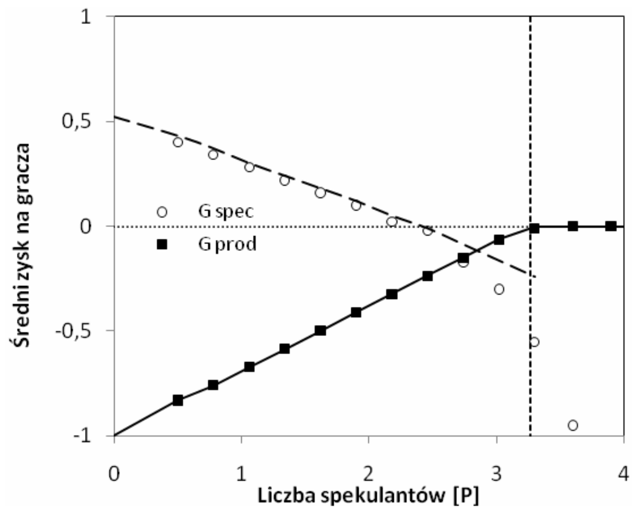
Z rysunku 3, na którym przedstawiono zyski spekulantów i producentów w zależności od liczby spekulantów, z założeniem większej liczbie producentów wynika, że jeśli nie ma wystarczającej liczby producentów, prowadzona jest gra o sumie ujemnej dla spekulantów – krzywa przedstawiająca ich zyski osiąga swoje maksimum, a potem zaczyna opadać.

Rysunek 2. Średnie zyski producentów i spekulantów w stosunku do liczby spekulantów (w jednostkach P); liczba producentów jest stała $N = 641$($c = 0$, $M = 8$, $S = 2$, $\alpha = 0,4$, średnio ponad 200 realizacji)



Źródło: na podstawie [3].

Rysunek 3. Zyski producentów i spekulantów w stosunku do liczby spekulantów (w jednostkach P), liczba producentów jest stała $N = 256$ ($c = 0$, $M = 6$, $S = 2$, $\alpha = 0,4$, średnio ponad 200 realizacji)



Źródło: na podstawie [3].

Z przedstawionych rysunków wynika, że producenci czerpią zyski wówczas, gdy na rynku obecni są również spekulanci, i na odwrót – spekulanci zarabiają wtedy, gdy na rynku obecna jest wystarczająca liczba producentów. Wynika to z faktu, że producenci wprowadzają systemową nierównowagę na rynku, a w przypadku zupełnego braku spekulantów straty producentów będą proporcjonalne do tej nierównowagi. Spekulanci zaś próbują zminimalizować to „odchylenie od równowagi", zmniejszając zarówno straty producentów, jak i swoje. Należy jednak podkreślić, że działania spekulantów są skuteczne pod warunkiem odpowiednio wysokiej liczby producentów [3]. Główną cechą trzeciej grupy uczestników jest to, że podejmują swoje decyzje zupełnie przypadkowo, wprowadzając szum informacyjny. Cecha ta różni ich od spekulantów, z którymi czasami są utożsamiani [4]. Oceniając wpływ tej grupy uczestników na rynek, na podstawie modelu można stwierdzić, że ich obecność powoduje wyższą zmienność na rynku, a w konsekwencji niższą wypłatę zarówno dla siebie, jak i dla pozostałych graczy. Zakładając liniową funkcję wypłaty, należy zauważyć, że średni zysk producentów i spekulantów jest w niewielkim stopniu zakłócony, choć widać szkodliwy wpływ działalności graczy wprowadzających szum informacyjny.

Przykład.

Z modelu rynku opartego na grach mniejszościowych wynika, że wszyscy uczestnicy rynku, wzajemnie się uzupełniają. Poniższy przykład pokazuje, jakie skutki może mieć przewaga jednego rodzaju graczy (w analizowanym przypadku spekulantów) na rynku. Przykład dotyczy spółki Simple notowanej na Polskiej Giełdzie Papierów Wartościowych w dniu 19 sierpnia 2011 roku [5]. Notowania spółki dzień wcześniej zamknęły się na poziomie 10,90, z wynikiem –8,33%. Pierwsze transakcje w dniu 19 sierpnia zostały zawarte o godzinie 9:08 po cenie 11,99, a więc wyższej od ceny zamknięcia z poprzedniego dnia. Jednak już 18 minut później cena zaczęła spadać, a o przeważającej liczbie sprzedających akcje Simple świadczą wysokie wolumeny zawieranych w tym czasie transakcji. Po godzinie 16:00 cena akcji ustabilizowała się na poziomie 9,90. Ostatnia transakcja w tym dniu została zawarta o godzinie 17:06 po cenie 10,40.

Przypuszczalnie w tym dniu przeważali gracze, którzy chcieli sprzedać akcje spółki Simple, a w mniejszości byli kupujący. Najprawdopodobniej byli to spekulanci, którzy w związku ze złą sytuacją na rynku chcieli za wszelką cenę pozbyć się akcji. Biorąc pod uwagę, że na giełdzie (i nie tylko) bardziej opłaca się kupić po niższej cenie, a sprzedać drożej, można wysunąć wniosek, iż w tym wypadku wygrała mniejszość graczy. W kolejnym dniu, 22 sierpnia, do godziny 13:00 walory spółki były wyceniane powyżej 10,17, a zatem hipotetycznie mogliby oni zrealizować swój niewielki zysk, w przeciwieństwie do graczy, którzy zdecydowali się na sprzedaż akcji po niższej cenie 19 sierpnia. Wygląda na to, że 19 sierpnia na rynku nie było w ogóle ani producentów, ani graczy losowo podejmujących decyzje.

Podsumowanie

Opisana gra mniejszościowa, pomimo zastosowanych uproszczeń, dość dobrze opisuje zjawiska i prawa rządzące rynkami finansowymi. Jest to jednak dopiero punkt wyjścia do dalszych poszukiwań wyjaśnienia szerokiego spektrum problemów, które do tej pory nie znalazły wyjaśnienia w teorii rynków finansowych. Zaprezentowany model pokazuje, że dzięki działaniom dwóch grup uczestników: spekulantów i producentów, rynek może być grą o sumie dodatniej. Ponadto okazuje się, funkcjonują oni w pewnego rodzaju symbiozie. Producenci, jako gracze o charakterze pasywnym stosują jedną, określoną strategię. Ich główną cechą jest to, że stanowią źródło informacji na rynku, które następnie są wykorzystywane przez spekulantów. Spekulanci z kolei, oprócz zysków, które czerpią z gry na giełdzie, poprawiają płynność na rynku oraz ograniczają wpływ producentów na rynek.

Podobne zależności występują na rynku rzeczywistym. Dzięki temu można poszukiwać odpowiedzi na wiele pytań, które nasuwają się w toku analizy rzeczywistych zachowań na rynkach finansowych.

Literatura

1. Arthur W.B., *Inductive Reasoning and Bounded Rationality*, „Amer. Econ. Review (Papers and Proceedings)” 1994, No. 84.
2. Challet D., Chessa A., Marsili M., Zhang Y.C., *From Minority Games to Real Markets*, arXiv.org „Quantitative Finance Papers” 2000, cond-mat/0011042, dostęp 25.07.2011.
3. Challet D., Marsili M., Zhang Y.C., *Modelling market mechanism with minority game*, „Physica A” 2000, No. 276.

4. Ramsza M., *Gra na mniejszość*, „Gazeta SGH" 2004, nr 197.
5. Serwis Informacyjny Bloomberg.

MINORITY GAMES IN CAPITAL MARKETS MODELING

Summary

Using the Minority Game model, which was formed on the basis of the static physics, it is possible to find an explanation for the broad spectrum of market mechanisms. The definition of different types of agents is presented and their role and market impact analyzed as well. Although Minority Games should be treated rather as simplified market model, it quite accurately present statistical properties of time series related to financial markets. They are also good basis for further exploration the subject, looking for the answers and solutions for the problems that occurred in real world.

Keywords: econophysics, minority games, bar problem, producers, speculators, noise traders, financial markets.

Translated by Aleksandra Kik