

Ewa Dziawgo*

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI CENY OPCJI FLOORED

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono charakterystykę opcji floored, funkcję wypłaty, model wyceny oraz wpływ wybranych czynników na kształtowanie się ceny oraz wartości miar wrażliwości (współczynników delta, gamma, vega, theta, rho) opcji floored. Ilustrację empiryczną oparto na symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN.

Słowa kluczowe: opcja sprzedaży, opcja floored.

Wprowadzenie

Opcja kupna/sprzedaży jest instrumentem pochodnym, którego nabywca otrzymuje prawo zakupu/sprzedaży określonego instrumentu bazowego w określonym czasie (czas wygaśnięcia) po określonej cenie (cena wykonania). Opcja należy do klasy niesymetrycznych instrumentów pochodnych, przez co jest szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem. Nabywca opcji ma prawo realizacji kontraktu. Z kolei wystawca opcji jest zobowiązany do wykonania umowy, jeśli opcja będzie realizowana. Nabywca opcji ma więc zagwarantowaną cenę instrumentu bazowego, po której będzie mógł w przyszłości dokonać transakcji. Maksymalna strata nabyw-

* Adres e-mail: dziawew@umk.pl.

cy opcji jest ograniczona do wysokości zapłaconej premii [Hull, 2002, s. 193; Jajuga, 2007, s. 73; Tarczyński, Zwolankowski, 1999, s. 149]. Z wystawieniem opcji związane jest ryzyko poniesienia potencjalnie nieograniczonych strat. Konstrukcja funkcji wypłaty opcji *floored* pozwala na ograniczenie ryzyka wystawcy opcji [Zhang, 2001, s. 591; Dziawgo, 2012, s. 100].

W zarządzaniu ryzykiem kontraktów opcyjnych duże znaczenie ma analiza wartości miar wrażliwości, które określają wpływ czynnika ryzyka na cenę opcji [Briys, Bellah, Mai, Varenne, 1998, s. 124; Dziawgo, 2010, s. 125].

W artykule przedstawiono analizę wpływu ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości miar wrażliwości (współczynników *delta*, *gamma*, *vega*, *theta*, *rho*) ceny opcji *floored*. Ilustrację empiryczną oparto na symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN.

1. Opcja *floored* – własności instrumentu finansowego

Opcja *floored* jest typem opcji sprzedaży. Funkcja wypłaty opcji *floored* określona jest równaniem [Zhang, 2001, s. 589]:

$$W_T = \max\{K - \max[S_T; F]; 0\} \quad (1)$$

gdzie:

- W_T – wartość funkcji wypłaty opcji *floored* w chwili T ,
- S_T – cena instrumentu bazowego w chwili T ,
- T – czas wygaśnięcia opcji,
- K – cena wykonania opcji,
- F – wyznaczony w dniu zawarcia umowy minimalny poziom¹ ceny instrumentu bazowego przyjmowany w rozliczeniu opcji.

W dniu wygaśnięcia wypłata z opcji *floored* wynosi:

- a) $K - S_T$ w przypadku, gdy cena instrumentu bazowego jest większa od wyznaczonego poziomu F i mniejsza od ceny wykonania K ;
- b) $K - F$, jeśli cena instrumentu bazowego jest mniejsza od wyznaczonego poziomu F ;

¹ Ten minimalny poziom nazywany jest „podłogą”. Stąd opcja *floored* nazywana jest opcją „podłogową” lub opcją „z podłogą”.

c) 0, jeśli cena instrumentu bazowego jest większa od ceny wykonania.
Cena opcji floored zadana jest równaniem:

$$c_t = e^{-r(T-t)}(K(N(-d_2) - FN(-\bar{d}_2)) - S_t e^{-q(T-t)}(N(-d_1) - N(-\bar{d}_1))) \quad (2)$$

gdzie:

- c_t – cena opcji floored w chwili t ,
- S_t – cena instrumentu bazowego w chwili t ,
- T – czas wygaśnięcia opcji, $t \in [0; T]$,
- $N(d)$ – dystrybuanta rozkładu normalnego,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t},$$

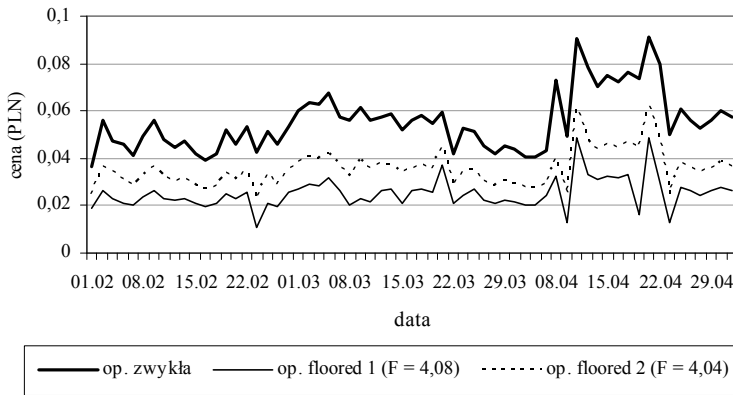
$$\bar{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{F}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \quad \bar{d}_2 = \bar{d}_1 - \sigma\sqrt{T - t},$$

- σ – zmienność ceny instrumentu bazowego,
- r – stopa procentowa,
- q – stopa dywidendy,
- pozostałe oznaczenia jak we wzorze (2).

Przykład

Badania empiryczne dotyczą kształtowania się ceny opcji floored. Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN i obejmuje okres 1.02.2013–2.05.2013 r. Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się ceny zwykłej opcji sprzedaży oraz dwóch opcji floored, które różnią się wyznaczonym dolnym poziomem F . W przypadku jednej z rozpatrywanych opcji floored poziom F wynosi 4,08 zł. natomiast poziom F drugiej z analizowanych opcji floored jest równy 4,04 zł. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 4 miesiące.

Rysunek 1. Kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna oraz opcji floored różniących się wyznaczonym dolnym poziomem F



Źródło: opracowanie własne.

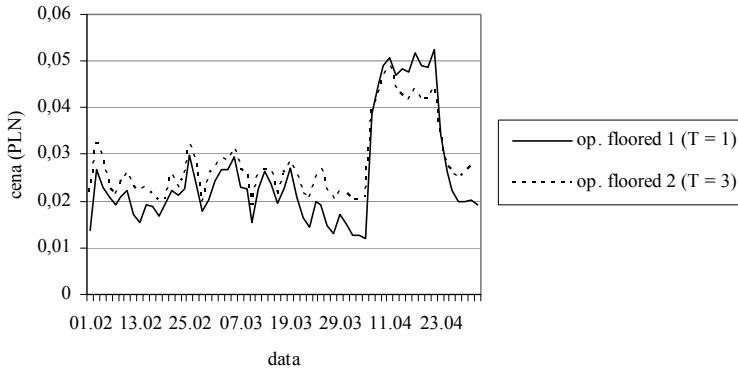
Rozpatrywane opcje były typu *w-cenie* w okresach: 1.03.2013–11.03.2013 r., 13.03.2013–14.03.2013 r., 19.03.2013 r., 8.04.2013–24.04.2013 r., 30.04.2013–2.05.2013 r. W okresie 10.04.2013–23.04.2013 r. opcje były *silnie-w-cenie*. W dniach: 11.04.2013 r., 17.04.2013 r. oraz 22.04.2013 r., cena instrumentu bazowego zbliżała się do wyznaczonego poziomu $F = 4,08$; 12.03.2013 r. opcje były *po-cenie*, natomiast w pozostałym analizowanym okresie były *nie-w-cenie*².

Zwykła opcja sprzedaży jest droższa od opcji floored. Tańsza jest opcja floored, która charakteryzuje się wyższą wartością dolnego poziomu F . Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny zarówno zwykłej opcji sprzedaży jak i opcji floored.

Na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się ceny opcji floored, które różnią się terminem wygaśnięcia. Jedna z opcji charakteryzuje się trzymiesięcznym terminem wygaśnięcia, a termin wygaśnięcia drugiej opcji wynosi 1 miesiąc. Dolny poziom F analizowanych opcji wynosi 4,08 zł. Na rysunku 3 przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny opcji floored. Cena wykonania rozpatrywanych opcji wynosi 4,15 zł, a dolny poziom – 4,08 zł.

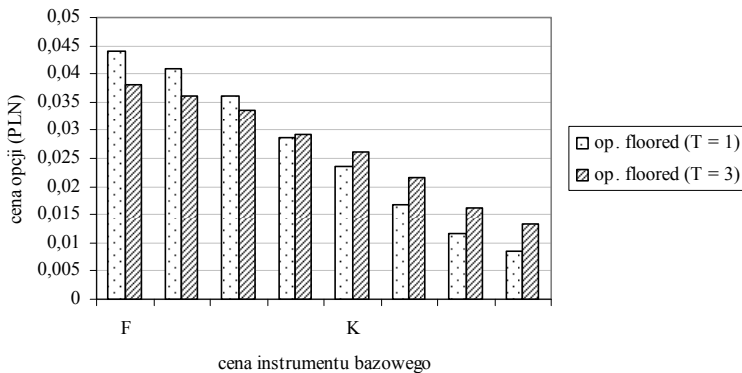
² Opcja sprzedaży jest typu *w-cenie/nie-w-cenie* (ang. *in-the-money/out-of-the-money*), jeśli cena instrumentu bazowego jest mniejsza/większa od ceny wykonania. Jeżeli cena instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania, to opcja sprzedaży jest typu *po-cenie* (ang. *at-the-money*).

Rysunek 2. Kształtowanie się ceny opcji floored różniących się terminem wygaśnięcia



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny opcji floored (gdzie: K – cena wykonania opcji, F – dolny poziom)



Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na wykresach wynikają kolejne własności opcji floored:

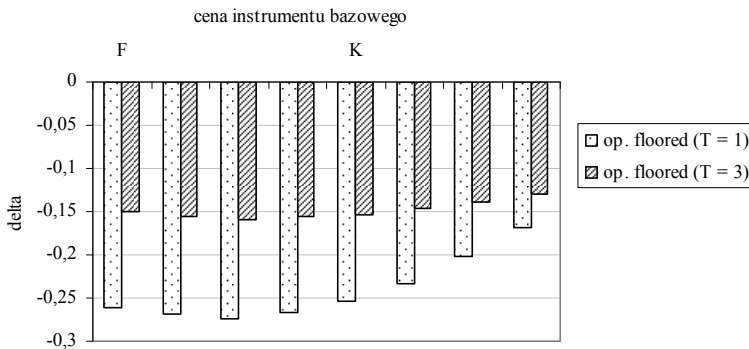
- opcja typu *nie-w-cenie* oraz *po-cenie* z dłuższym terminem wygaśnięcia jest droższa od opcji charakteryzującej się krótszym terminem wygaśnięcia;
- jeżeli opcja jest *w-cenie* i cena instrumentu bazowego zbliża się do ceny wykonania, to dłuższy termin wygaśnięcia wpływa na wzrost ceny opcji floored;

c) jeżeli cena instrumentu bazowego jest *w-cenie* i cena instrumentu bazowego zbliża się do wyznaczonego dolnego poziomu F , to opcja floored z krótszym terminem wygaśnięcia jest droższa od opcji floored z dłuższym terminem wygaśnięcia.

2. Kształtowanie się wartości greckich współczynników opcji floored – analiza empiryczna

Współczynnik delta jest miarą wrażliwości określającą, o ile zmieni się cena opcji, gdy cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę. Na rysunku 4 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika delta analizowanych opcji floored z dolnym poziomem $F = 4,08$. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia.

Rysunek 4. Kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji floored różniących się terminem wygaśnięcia



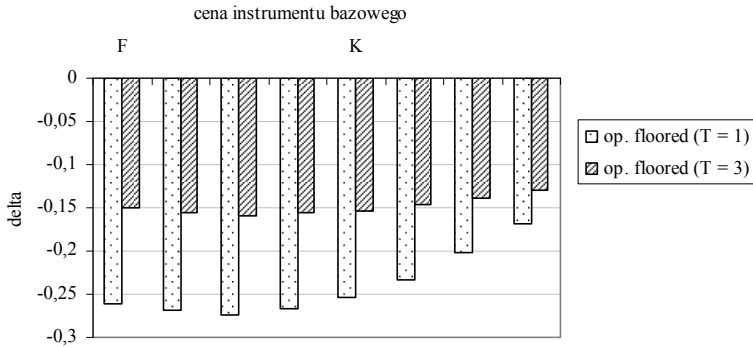
Źródło: opracowanie własne.

Wartości współczynnika delta opcji floored są zawarte w przedziale $[-1; 0]$. Ujemna wartość współczynnika delta oznacza, że:

- wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny opcji,
- spadek ceny instrumentu bazowego przyczynia się do wzrostu ceny opcji.

Na rysunku 5 przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji floored.

Rysunek 5. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji floored (gdzie: K – cena wykonania, F – dolny poziom)



Źródło: opracowanie własne.

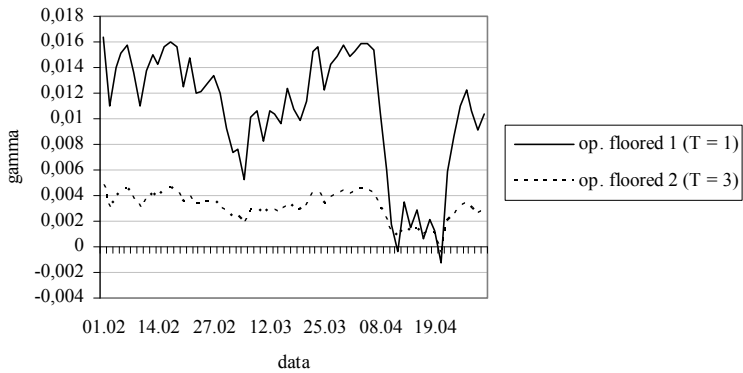
Współczynnik delta opcji floored charakteryzuje się następującymi własnościami:

- mniej wartości współczynnika delta występują w przypadku opcji charakteryzującej się krótszym terminem wygaśnięcia, co wynika stąd, że cena opcji z krótszym terminem wygaśnięcia odznacza się większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego;
- jeżeli cena instrumentu bazowego jest większa od ceny wykonania, to występuje mniejsza różnica między wartościami współczynnika delta opcji, które różnią się terminem wygaśnięcia;
- jeśli opcja jest typu *nie-w-cenie*, to wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta;
- w sytuacji nieznacznego spadku ceny instrumentu bazowego w stosunku do ceny wykonania występuje spadek wartości współczynnika delta;
- jeśli cena instrumentu bazowego zbliża się do wyznaczonego dolnego poziomu F , to wzrasta wartość współczynnika delta i wówczas zaznacza się mniejsza wrażliwość ceny opcji na zmianę ceny instrumentu bazowego.

Współczynnik gamma określa, o ile zmieni się wartość współczynnika delta, jeżeli cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę. Na rysunku 6 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika gamma analizowanych walutowych opcji floored, które różnią się terminem wygaśnięcia. Z kolei na rysunku 7 zilustro-

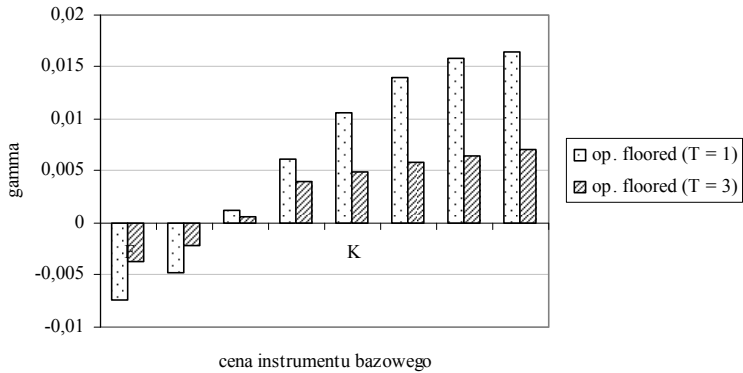
wano wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji floored.

Rysunek 6. Kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji floored różniących się terminem wygaśnięcia



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji floored (gdzie: K – cena wykonania, F – dolny poziom)



Źródło: opracowanie własne.

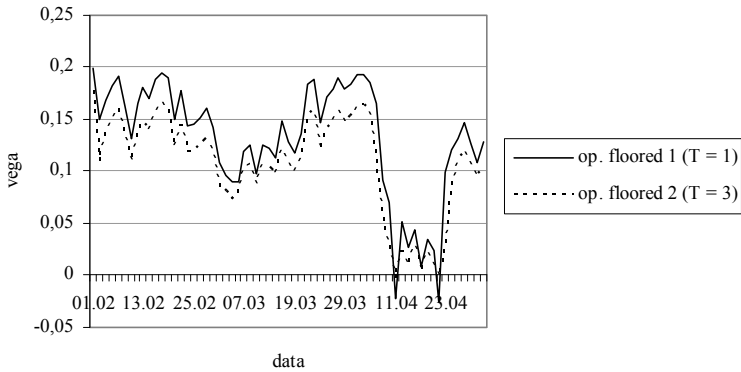
Współczynnik gamma ceny opcji floored odznacza się następującymi własnościami:

- a) wartości współczynnika gamma ulegają znacznym wahaniom i mogą być zarówno dodatnie jak i ujemne;
- b) dodatnia wartość współczynnika gamma oznacza, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta; jeśli opcja floored jest typu *nie-w-cenie*, *po-cenie* lub cena instrumentu bazowego jest nieznacznie mniejsza od ceny wykonania, to występuje dodatnia wartość współczynnika gamma;
- c) ujemna wartość współczynnika gamma zaznacza się w przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do wyznaczonego dolnego poziomu F ; wówczas wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego przyczynia się do spadku/wzrostu wartości współczynnika delta;
- d) większa wartość bezwzględna współczynnika gamma występuje w przypadku opcji z krótszym terminem wygaśnięcia;
- e) wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego powoduje wzrost/spadek wartości współczynnika gamma.

Współczynnik vega określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy odchylenie standardowe zmieni się o jednostkę³. Na rysunku 8 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika vega rozpatrywanych opcji floored, natomiast na rysunku 9 zilustrowano wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji floored.

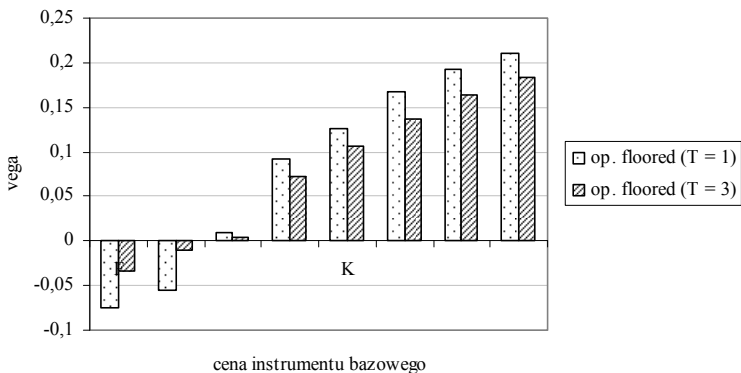
³ Odchylenie standardowe jest miarą zmienności ceny instrumentu bazowego.

Rysunek 8. Kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji floored różniących się terminem wygaśnięcia



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 9. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji floored (gdzie: K – cena wykonania, F – dolny poziom)



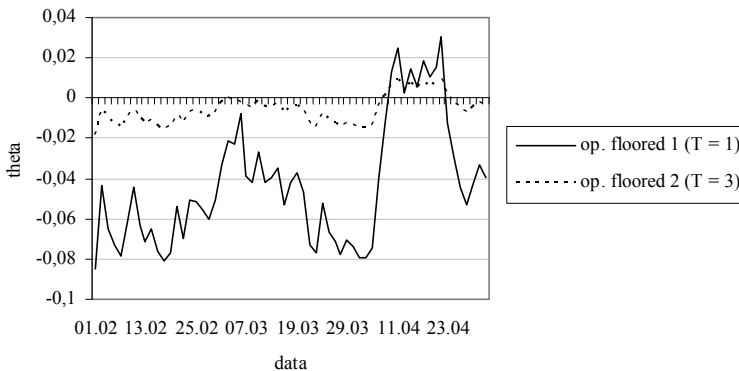
Źródło: opracowanie własne.

Wartości współczynnika vega opcji floored ulegają znacznym wahaniom. Jeśli opcja floored jest typu *nie-w-cenie*, *po-cenie* lub cena instrumentu bazowego jest nieznacznie mniejsza od ceny wykonania, to współczynnik vega jest dodatni. W tym przypadku wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa

na wzrost/spadek ceny opcji. Jeżeli cena instrumentu bazowego zbliża się do wyznaczonego dolnego poziomu F , to występuje ujemna wartość współczynnika vega. Wówczas wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego powoduje spadek/wzrost ceny opcji floored. Opcja z krótszym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wartością bezwzględną współczynnika vega, a tym samym większą wrażliwością na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego.

Współczynnik theta określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy długość okresu do terminu wygaśnięcia spadnie o jednostkę. Na rysunku 10 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika theta rozpatrywanych walutowych opcji floored. Na rysunku 11 przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji floored.

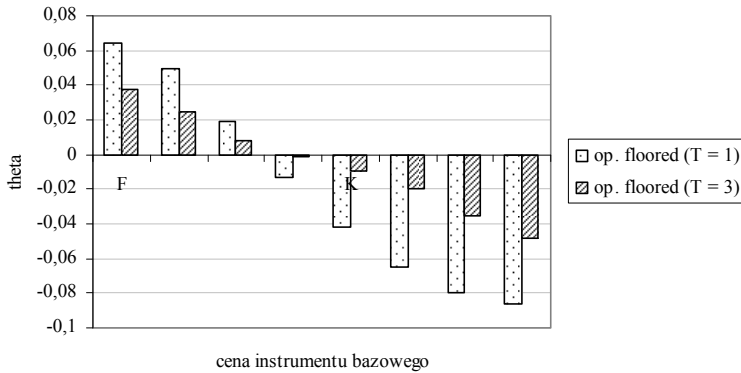
Rysunek 10. Kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji floored różniących się terminem wygaśnięcia



Źródło: opracowanie własne.

Wartości współczynnika theta opcji floored ulegają znacznym wahaniom. Ujemna wartość współczynnika theta oznacza, że zbliżanie się terminu wygaśnięcia przyczynia się do spadku ceny opcji. Jeśli opcja floored jest typu *nie-w-cenie*, *po-cenie* lub cena instrumentu bazowego jest nieznacznie mniejsza od ceny wykonania, to występuje ujemna wartość współczynnika theta. W przypadku kształtowania się ceny instrumentu bazowego w pobliżu wyznaczonego dolnego poziomu F , współczynnik theta jest dodatni. Wówczas opcja z krótszym terminem wygaśnięcia jest

Rysunek 11. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji floored (gdzie: K – cena wykonania, F – dolny poziom)

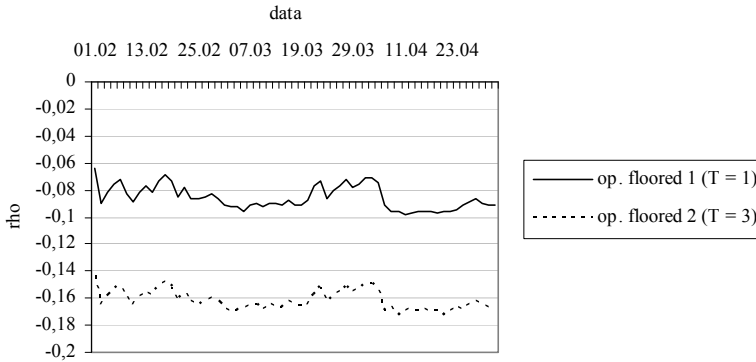


Źródło: opracowanie własne.

droższa od opcji floored z dłuższym terminem wygaśnięcia. Wartość bezwzględna współczynnika theta opcji z krótszym terminem wygaśnięcia jest większa od wartości bezwzględnej współczynnika theta opcji floored z dłuższym terminem wygaśnięcia. Oznacza to, że cena opcji floored z krótszym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wrażliwością na zmniejszanie się długości okresu do terminu wygaśnięcia. Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost wartości współczynnika theta opcji floored.

Współczynnik rho określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy stopa procentowa aktywów wolnych od ryzyka zmieni się o jednostkę. Na rysunku 12 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika rho analizowanych walutowych opcji floored, a na rysunku 13 – wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika rho opcji floored.

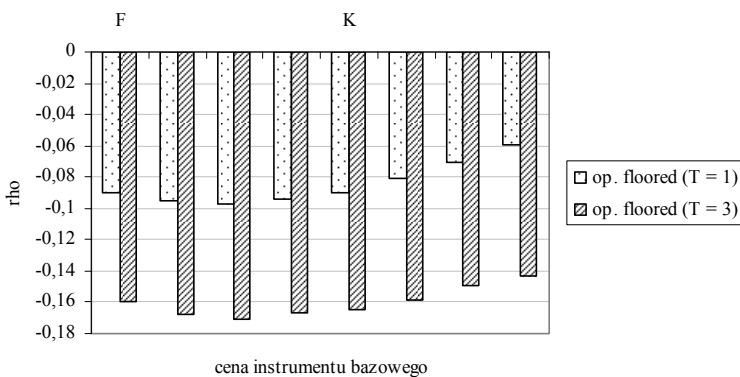
Rysunek 12. Kształtowanie się wartości współczynnika rho opcji floored różniących się terminem wygaśnięcia



Źródło: opracowanie własne.

Wartości współczynnika rho opcji floored są ujemne, co oznacza, że wzrost/spadek stopy procentowej wpływa na spadek/wzrost ceny opcji. Opcja floored z krótszym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wartością współczynnika rho. Wynika stąd, że cena opcji floored z krótszym terminem wygaśnięcia odznacza się mniejszą wrażliwością na zmianę stopy procentowej.

Rysunek 13. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika rho opcji floored (gdzie: K – cena wykonania, F – dolny poziom)



Źródło: opracowanie własne.

Jeśli opcja jest typu *nie-w-cenie*, to wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika rho opcji floored. Nieznaczny spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do ceny wykonania przyczynia się do spadku wartości współczynnika rho. Jeśli cena instrumentu bazowego zbliża się do dolnego poziomu F , to zaznacza się wzrost wartości współczynnika rho opcji floored. Wówczas cena opcji odznacza się mniejszą wrażliwością na wahania stopy procentowej.

Podsumowanie

Wprowadzenie do funkcji wypłaty dolnego poziomu F umożliwia ograniczenie ryzyka wystawcy opcji floored. Opcja floored jest tańsza od zwykłej opcji sprzedaży. Wartość dolnego poziomu F wpływa na cenę opcji floored. W związku z tym, w zależności od przewidywań związanych z kształtowaniem się ceny instrumentu bazowego, wybór opcji floored z odpowiednią wartością dolnego poziomu F pozwala minimalizować koszty transakcji zabezpieczających. Czas wygaśnięcia oraz cena instrumentu bazowego są czynnikami, które w istotny sposób wpływają zarówno na cenę opcji floored i wrażliwość tej ceny na czynniki ryzyka. Opcja floored z krótszym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego, wahania zmienności ceny instrumentu bazowego oraz upływający czas. Większa wartość bezwzględna współczynnika rho występuje natomiast w przypadku opcji floored z dłuższym terminem wygaśnięcia. Wynika stąd, że opcja floored z krótszym terminem wygaśnięcia odznacza się mniejszą wrażliwością na zmianę stopy procentowej. Znaczne wahania wartości miar wrażliwości ceny opcji floored przyczyniają się do wzrostu atrakcyjności tego instrumentu w transakcjach spekulacyjnych.

Literatura

- Briys E., Bellah M., Mai H.M., Varenne F. (1998), *Options, Futures and Exotic Derivatives*, John & Sons, Chichester.
- Dziawgo E. (2010), *Wprowadzenie do strategii opcyjnych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń.

- Dziawgo E. (2012), *Analiza własności opcji floored*, w: *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, red. A. Kopiński, T. Słoński, B. Ryszawska, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Hull J.C. (2002), *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc.
- Jajuga K. (2007), *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Tarczyński W., Zwolankowski M. (1999), *Inżynieria finansowa*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa.
- Zhang P. G. (2001), *Exotic Options. A Guide to Second Generation Options*, Word Scientific, Singapore.

SENSIVITY PRICE ANALYSIS OF THE FLOORED OPTION

Abstract

The article presents the issues connected with the floored options: characteristics of the instrument, pay-off, pricing model, the influence of the selected factors on the options price and on the value Greek coefficients (delta, gamma, vega, theta, rho). The empirical illustration included in the article is carried out on the examples of pricing simulations of the options issued on EUR/PLN.

Translated by Ewa Dziawgo

Keywords: put option, floored option.

Kod JEL: G23.

